

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 13.02.2012

Studente: _____ N. Matricola: _____

Esercizio 1

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 6 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

1. Calcolare e^{At} e A^k .
2. Dato $x_0 = [1 \ 3 \ 0]^T$, calcolare $x_l(t)$ sia per il caso tempo continuo che per il caso tempo discreto.

Esercizio 2

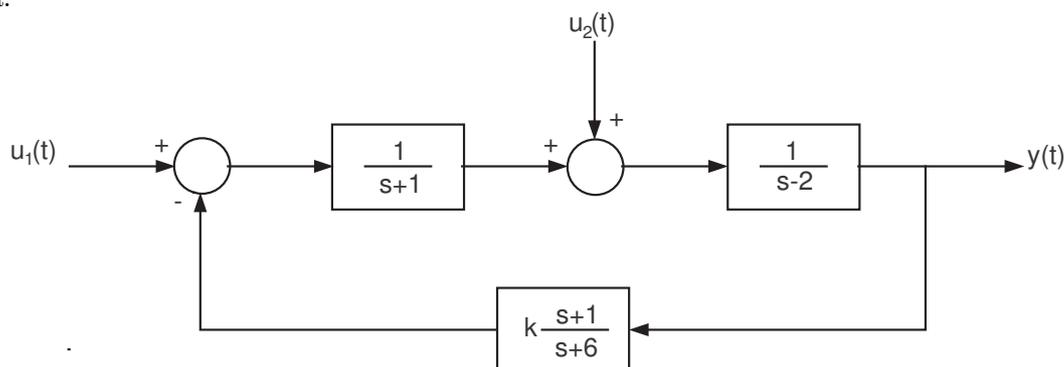
Dato il sistema nonlineare

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^2 + y - 18u \\ \dot{y} = \log(y + 3x - u) \end{cases}$$

1. Calcolare i punti di equilibrio e discutere la stabilità del sistema nei punti di equilibrio con $u(t) = -1, \forall t$.

Esercizio 3

Si consideri il sistema lineare stazionario a tempo continuo descritto dallo schema a blocchi in figura:



dove $k \in \mathbb{R}$ è un parametro.

1. Calcolare le funzioni di trasferimento $W_1(s) = Y(s)/U_1(s)$ e $W_2(s) = Y(s)/U_2(s)$ del sistema.
2. Determinare il parametro k in maniera tale che $W_1(s)$ abbia due poli complessi coniugati con modulo uguale a 4.

Fissare il valore di k determinato al punto 2.

1. Calcolare, se esiste, la risposta a regime permanente del sistema all'ingresso

$$u_2(t) = [\sin(\sqrt{12}t + \pi/4) - 1] \cdot \mathbf{1}(t)$$

dove $\mathbf{1}(t)$ è la funzione gradino unitario.

2. Tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase della funzione di risposta armonica $W_1(i\omega)$.

Esercizio 4

Si consideri un sistema lineare stazionario a tempo discreto descritto dalla funzione di trasferimento:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{2z}{z^2 + (1/3 - a)z - a/3}$$

dove $a \in \mathbb{R}$ è un parametro.

1. Scrivere una rappresentazione del sistema in forma di spazio di stato.
2. Studiare la stabilità ILUL del sistema al variare del parametro a .
3. Posto $a = 2$, calcolare la risposta forzata del sistema quando in ingresso viene applicato il segnale:

$$u(k) = \begin{cases} 0 & \text{se } k = 0 \\ -1 & \text{se } k = 1, 2 \\ 1 & \text{se } k = 3, 4, \dots \end{cases}$$