II prova in itinere di Sistemi Dinamici - 19.01.2012

TIPO A

Esercizio 1

Si consideri il sistema lineare stazionario a tempo continuo Σ_P descritto dalle equazioni di stato:

$$\Sigma_P : \begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \alpha & 3 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x(t) \end{cases}$$

dove $\alpha \in \mathbb{R}$ è un parametro.

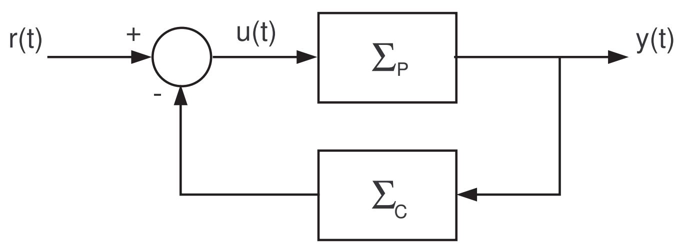
1. Calcolare la funzione di trasferimento $P(s)$ di Σ_P dall'ingresso $u(t)$ all'uscita $y(t)$.
2. Determinare il valore del parametro α in modo tale che i poli di $P(s)$ abbiamo parte reale uguale a -2.

Assumere il valore di α determinato al punto precedente.

3. Determinare, se esiste, la risposta a regime permanente di Σ_P all'ingresso

$$u(t) = [\sin(3t) + e^{-t/2}] \cdot \mathbf{1}(t).$$

Il sistema Σ_P viene inserito in uno schema in retroazione Σ del tipo:

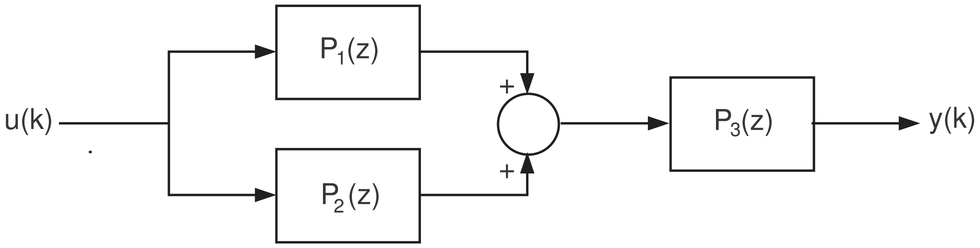


dove Σ_C è descritto dalla funzione di trasferimento $C(s) = k\,\dfrac{s+1}{s+5}$ e $k \in \mathbb{R}$ è un parametro.

4. Determinata la funzione di trasferimento $W(s)$ di Σ, studiarne la stabilità ILUL al variare del parametro k.
5. Tracciare il diagramma di Bode di modulo e fase della funzione di risposta armonica $W(i\omega)$ per i valori $k = -4$ e $k = -13$, evidenziandone le differenze.

Esercizio 2

Si consideri un sistema lineare stazionario a tempo discreto descritto dallo schema a blocchi:



dove $P_1(z) = \dfrac{3}{z-2}$, $P_2(z) = \dfrac{-1}{z+\frac{1}{2}}$, $P_3(z) = \dfrac{\frac{1}{2}(z+a)}{z-\frac{1}{2}}$, e $a \in \mathbb{R}$ è un parametro.

1. Calcolare la funzione di trasferimento $W(z)$ dall'ingresso $u(k)$ all'uscita $y(k)$.

2. Determinare il parametro a in modo tale che la risposta $y(k)$ del sistema all'ingresso

$$u(k) = (-\frac{1}{2})^k \cdot \mathbf{1}(k)$$

rimanga limitata; calcolare inoltre l'espressione di $y(k)$ con il valore di a determinato.

3. Scrivere l'equazione alle differenze ingresso-uscita del sistema.

II prova in itinere di Sistemi Dinamici - 19.01.2012

TIPO B

Esercizio 1

Si consideri il sistema lineare stazionario a tempo continuo Σ_P descritto dalle equazioni di stato:

$$\Sigma_P : \begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -4 & \alpha \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} x(t) \end{cases}$$

dove $\alpha \in \mathbb{R}$ è un parametro.

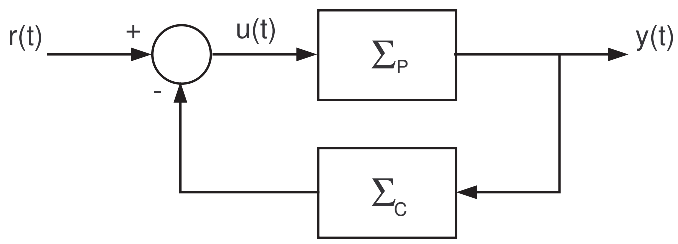
1. Calcolare la funzione di trasferimento $P(s)$ di Σ_P dall'ingresso $u(t)$ all'uscita $y(t)$.
2. Determinare il valore del parametro α in modo tale che i poli di $P(s)$ abbiamo parte reale uguale a -1.

Assumere il valore di α determinato al punto precedente.

3. Determinare, se esiste, la risposta a regime permanente di Σ_P all'ingresso

$$u(t) = [\sin(4t) + e^{-t/2}] \cdot \mathbf{1}(t).$$

Il sistema Σ_P viene inserito in uno schema in retroazione Σ del tipo:

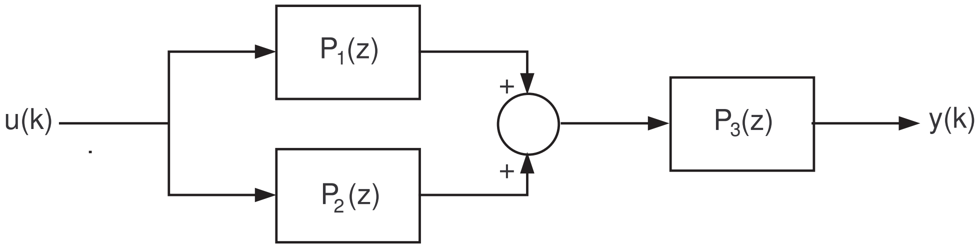


dove Σ_C è descritto dalla funzione di trasferimento $C(s) = k\,\dfrac{s+2}{s+3}$ e $k \in \mathbb{R}$ è un parametro.

4. Determinata la funzione di trasferimento $W(s)$ di Σ, studiarne la stabilità ILUL al variare del parametro k.
5. Tracciare il diagramma di Bode di modulo e fase della funzione di risposta armonica $W(i\omega)$ per i valori $k = -1$ e $k = -17/4$, evidenziandone le differenze.

Esercizio 2

Si consideri un sistema lineare stazionario a tempo discreto descritto dallo schema a blocchi:



dove $P_1(z) = \dfrac{1}{z + \frac{1}{4}}$, $P_2(z) = \dfrac{-\frac{1}{2}}{z - \frac{1}{2}}$, $P_3(z) = \dfrac{z+1}{z+a}$, e $a \in \mathbb{R}$ è un parametro.

1. Calcolare la funzione di trasferimento $W(z)$ dall'ingresso $u(k)$ all'uscita $y(k)$.
2. Determinare il parametro a in modo tale che la risposta $y(k)$ del sistema all'ingresso
$$u(k) = (\frac{1}{2})^k \cdot \mathbf{1}(k)$$
rimanga limitata; calcolare inoltre l'espressione di $y(k)$ con il valore di a determinato.
3. Scrivere l'equazione alle differenze ingresso-uscita del sistema.