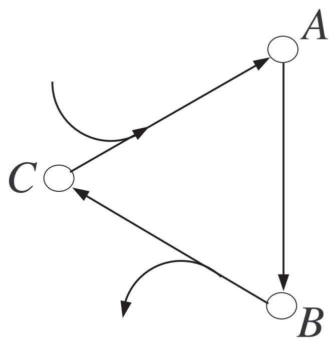
Esame di Sistemi Dinamici - 08.03.2011

Studente: ________________________ **N. Matricola:** ________________________

Prima parte del corso

Esercizio 1

Un'area parcheggi è formata da tre parcheggi, indicati con A, B e C, e collegati come in figura:



In figura sono anche indicati i sensi di percorrenza dei tratti di collegamento tra i parcheggi. I veicoli che arrivano dall'esterno accedono all'area parcheggi nel tratto che collega il parcheggio C al parcheggio A, mentre è possibile abbandonare l'area parcheggi senza aver sostato attraverso una apposita uscita sul tratto che collega il parcheggio B al parcheggio C. I veicoli che sostano utilizzano invece le uscite dei singoli parcheggi. Un sistema di controllo monitora a intervalli di un minuto i tratti di collegamento tra i parcheggi, e chiude l'accesso all'area parcheggi quando il numero di veicoli che circola è superiore a 10.

Si indichi con x_{AB} il numero di veicoli sul tratto che collega il parcheggio A al parcheggio B. Similmente si definiscono x_{BC} e x_{CA}. Ogni minuto, una frazione $\alpha = 0.1$ di x_{AB} entra nel parcheggio B, mentre il resto procede oltre; una frazione $\beta_1 = 0.05$ di x_{BC} esce attraverso l'uscita senza sosta, una frazione $\beta_2 = 0.15$ entra nel parcheggio C, mentre il resto procede oltre; una frazione $\gamma = 0.2$ di x_{CA} entra nel parcheggio A, mentre il resto procede oltre.

1. Modellare il sistema mediante un modello lineare stazionario a tempo discreto del tipo:

$$\begin{aligned} x(t+1) &= A\,x(t) + B\,u(t) \\ y(t) &= C\,x(t), \end{aligned}$$

   dove t è l'indice temporale (in minuti), $x = [\ x_{AB}\ x_{BC}\ x_{CA}\ ]^T$, u è il numero di veicoli che accede dall'esterno, e y è il numero totale di veicoli circolante nei tratti AB, BC e CA.

2. Il sistema è asintoticamente stabile/stabile/instabile? La risposta può essere dedotta semplicemente ragionando sul funzionamento del sistema? Motivare la risposta.

3. Supponendo che l'area parcheggi sia inizialmente vuota, e che all'ingresso arrivino 3 veicoli al minuto, determinare dopo quanto tempo il sistema di controllo chiude l'accesso all'area.

Esercizio 2

Si consideri il sistema descritto dal modello non lineare stazionario a tempo continuo:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_1^2(t) - x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{x_1(t) + x_2(t)}{x_1^2(t) + x_2^2(t)},\end{aligned}$$

dove $x = [\ x_1\ x_2\ ]^T$ è lo stato, e u è l'ingresso, che si assume costante: $u(t) = \bar{u}$, $\forall t$.

1. Determinare i punti di equilibrio del sistema al variare del livello $\bar{u}$ dell'ingresso.
2. Studiare la stabilità di tutti i punti di equilibrio trovati.

Seconda parte del corso

Esercizio 3

Siano date due funzione di trasferimento $G_1(s)$ e $G_2(s)$ connesse in parallelo. Si calcoli la risposta per t che tende all'infinito quando in ingresso alla sel parallelo si applica un segnale $u(t)$ costituto dalla somma di un gradino e di un segnale sinusoidale

$$G_1(s) = \frac{1}{(s+1)} \qquad G_2(s) = \frac{(s+1)}{(s+10)}$$

$$u(t) = \mathrm{step}(t) + \sin(2t + \frac{2\pi}{3}).$$

Esercizio 4

Si tracci il diagramma di Bode asintotico e reale della seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{(s^2 + 0.01)(s - 10)}{s^2(\frac{s^2}{10} - s + 10)}$$