COMPITO DI FONDAMENTI DI AUTOMATICA 12.07.2007

Studente: ________________________ **N. Matricola:** ________________________

I parte – Esercizio 1.

E' dato il sistema lineare stazionario autonomo a tempo continuo:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & \alpha \end{bmatrix} x(t) \triangleq A\,x(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & -2 \end{bmatrix} x(t) \triangleq C\,x(t) \end{aligned}$$

dove $x \in \mathbb{R}^2$ è lo stato, $y \in \mathbb{R}$ è l'uscita, e α è un parametro reale.

1. Studiare la stabilità del sistema al variare del parametro α.
2. Determinare, se esiste, un valore di α per cui $e^t \cos(2\,t)$ è un modo del sistema.
3. Con il valore di α ricavato al punto precedente, determinare, se esiste, una condizione iniziale $x(0)$ tale che la corrispondente risposta libera nell'uscita assume l'espressione $y(t) = e^t \sin(2\,t)$.

I parte – Esercizio 2.

Sia dato il sistema nonlineare a tempo discreto:

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= u(k)\,x_2(k) \\ x_2(k+1) &= x_1^2(k) - \frac{2}{9}. \end{aligned}$$

1. Determinare i punti di equilibrio del sistema quando $u(k) = -3$, $\forall k$.
2. Riportare le matrici A_{lin} e B_{lin} dei corrispondenti sistemi linearizzati.
3. Studiare la stabilità dei punti di equilibrio trovati.

II parte – Esercizio 3.

Dato il sistema lineare stazionario a tempo discreto descritto dalla seguente funzione di trasferimento dall'ingresso $u(k)$ all'uscita $y(k)$:

$$G(z) = \frac{z^2}{z^2 - z - 2}$$

1. Scrivere la corrispondente equazione alle differenze che descrive il legame ingresso-uscita del sistema.

2. Noto che l'uscita forzata $y(k)$ corrispondente a un certo ingresso $u(k)$ ha l'espressione
$$y(k) = \frac{1}{3}\, 2^k \cdot \mathbf{1}(k)$$
dove $\mathbf{1}(k)$ è la funzione gradino unitario, determinare $u(k)$.

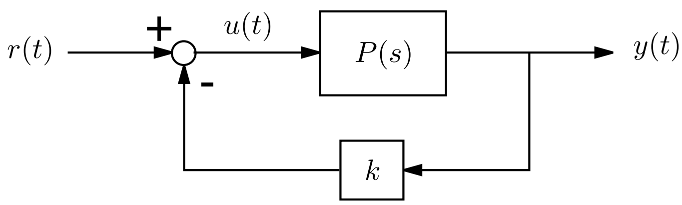
II parte – Esercizio 4.

Dato il sistema lineare stazionario a tempo continuo descritto dalla seguente funzione di trasferimento dall'ingresso $u(t)$ all'uscita $y(t)$:

$$P(s) = \frac{1 + \frac{s^2}{9}}{1 + \frac{119}{15}\, s - \frac{8}{15}\, s^2}$$

1. Tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase della corrispondente funzione di risposta armonica $P(\jmath\omega)$.

Il sistema descritto da $P(s)$ viene inserito nel seguente schema in retroazione:



dove k è un parametro reale.

1. Determinare un valore di k, se esiste, in modo tale che il sistema in retroazione sia ILUL stabile.

2. Per tale valore di k, calcolare la risposta a regime permanente in $y(t)$ corrispondente all'ingresso $r(t) = \cos(3t)$.