COMPITO DI FONDAMENTI DI AUTOMATICA 11.01.2007

Candidato: **N. Matricola:**

Esercizio 1.

Si consideri il sistema lineare stazionario a tempo continuo descritto dall'equazione di stato

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ \beta & \alpha & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t),$$

dove $x \in \mathbb{R}^2$ è lo stato, $u \in \mathbb{R}$ è l'ingresso, e α e β sono parametri.

a) Si discuta la stabilità del sistema al variare di α e β nel dominio dei numeri reali.

b) Posto $\alpha = 0$ e $\beta = 1$, si determini l'insieme delle condizioni iniziali $x(0)$ per cui la risposta libera $x_\ell(t)$ del sistema soddisfa

$$\lim_{t \to \infty} \|x_\ell(t)\| = 0.$$

Esercizio 2.

Si consideri il sistema lineare stazionario a tempo continuo descritto dalla seguente funzione di trasferimento dall'ingresso $u(t)$ all'uscita $y(t)$:

$$G(s) = \frac{2\,s - 3}{s^2 + 2\,s + 1}.$$

a) Si calcoli la risposta $y(t)$ corrispondente all'ingresso $u(t) = \big[2 + 10 \cdot \sin(2t)\big] \cdot 1(t)$, dove $1(t)$ è la funzione gradino unitario.

b) Si distingua nella risposta $y(t)$ calcolata al punto *a*) la parte di risposta a regime permanente $y_p(t)$. Si conoscono altri metodi per determinare $y_p(t)$? In caso di risposta affermativa, si svolgano i relativi calcoli.

Esercizio 3.

Si traccino i diagrammi di Bode di modulo e fase della seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{(s + 10)(s^2 + 0.2\,s + 10)}{s^3(s - 10)(s + 1)}.$$