COMPITO DI FONDAMENTI DI AUTOMATICA 11.01.2005

Esercizio 1.

Si consideri il sistema lineare a tempo continuo descritto dall'equazione differenziale:

$$\frac{d^3y(t)}{dt^3} + 2\,\frac{d^2y(t)}{dt^2} - \frac{dy(t)}{dt} - 2\,y(t) = u(t)$$

dove $u(t) \in \mathbb{R}$ e $y(t) \in \mathbb{R}$ sono rispettivamente l'ingresso e l'uscita del sistema.

1. Scrivere un modello del sistema in forma di stato, definendo opportunamente lo stato $x(t)$.
2. Studiare la stabilità e determinare i modi del sistema.
3. Calcolare la risposta libera nello stato $x(t)$ con condizioni iniziali:

$$y(0) = 0\,, \quad \frac{dy(0)}{dt} = -1\,, \quad \frac{d^2y(0)}{dt^2} = 2$$

4. Calcolare la risposta forzata nell'uscita $y(t)$ all'ingresso $u(t) = \delta_{-1}(t)$, dove $\delta_{-1}(t)$ è la funzione gradino unitario.

Esercizio 2.

Si consideri il sistema nonlineare a tempo continuo descritto dalle equazioni:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= \frac{\alpha}{x_1(t)} - x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) - x_2(t) \end{aligned}$$

dove α è un <u>parametro reale</u> ($\alpha \in \mathbb{R}$).

1. Determinare i punti di equilibrio del sistema per $u(t) = 0$.
2. Per ciascun punto di equilibrio trovato, scrivere le matrici A_{lin} e B_{lin} del corrispondente sistema linearizzato.
3. Discutere la stabilità dei punti di equilibrio trovati al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Esercizio 3.

Dato il sistema lineare a tempo continuo Σ descritto dalle equazioni ingresso-stato-uscita:

$$\Sigma \;:\; \begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -x_1(t) - x_3(t) - u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) - 2\,x_2(t) + 2\,u(t) \\ \dot{x}_3(t) &= -x_3(t) - u(t) \\ y(t) &= x_2(t) - 2\,x_3(t) \end{cases}$$

1. Tracciare i diagrammi di Bode (asintotico e reale) della funzione di trasferimento del sistema da $u(t)$ a $y(t)$.

2. Calcolare, se esiste, la risposta a regime permanente all'ingresso $u(t) = \sin(t)$.