COMPITO DI FONDAMENTI DI AUTOMATICA 21.09.2004

Esercizio 1.

Si consideri il sistema lineare a tempo continuo descritto dallo schema a blocchi in Figura 1:

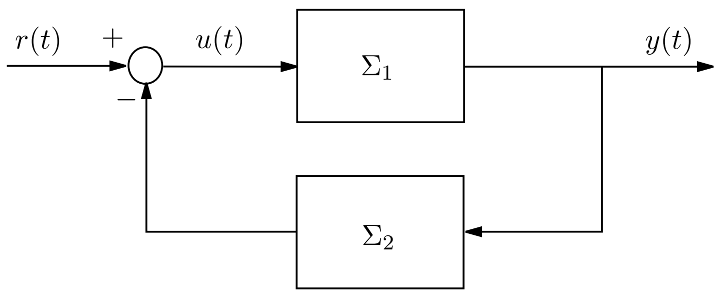

Figura 1

dove Σ_1 è a sua volta descritto dalle equazioni ingresso-stato-uscita:

$$\Sigma_1 \quad : \quad \begin{cases} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -2\,x_1(t) - 3\,x_2(t) + u(t) \\ y(t) &= -x_1(t) + x_2(t) \end{cases}$$

1. Scrivere le equazioni di Σ_1 in forma matriciale, e ricavare la funzione di trasferimento di Σ_1 da $u(t)$ a $y(t)$.

2. Calcolare la risposta forzata di Σ_1 nell'uscita $y(t)$ relativa all'ingresso $u(t) = e^{-2\,t}\delta_{-1}(t)$, dove $\delta_{-1}(t)$ è la funzione gradino unitario.

3. Assumendo $\Sigma_2 = K$, determinare per quali valori di $K \in \mathbb{R}$ il sistema in retroazione è asintoticamente stabile.

Esercizio 2.

Dato il sistema nonlineare a tempo continuo descritto dalle equazioni:

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t)\,e^{x_1(t)} + u^2(t)$$
$$\dot{x}_2(t) = x_1^2(t) - 2\,x_1(t)\,u(t)$$

1. Determinare tutti i punti di equilibrio del sistema per $u(t) = 1$.

2. Per ciascun punto di equilibrio trovato, scrivere le matrici A_{lin} e B_{lin} del corrispondente sistema linearizzato.

3. Discutere la stabilità dei punti di equilibrio trovati.

Esercizio 3.

Dato il sistema lineare a tempo continuo Σ descritto dalle equazioni ingresso-stato-uscita:

$$\Sigma \ : \ \begin{cases} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) - x_3(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -2\,x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_3(t) &= x_2(t) + \alpha\,x_3(t) \\ y(t) &= x_1(t) \end{cases}$$

e α è un parametro:

1. Studiare la stabilità del sistema al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

2. Per $\alpha = -2$:

   (a) Determinare i modi del sistema.

   (b) Calcolare la risposta libera nello stato $x(t)$ con condizione iniziale $x_0 = [\ 0\ 0\ 2\ ]^T$.

   (c) Tracciare i diagrammi di Bode (asintotico e reale) della funzione di trasferimento del sistema da $u(t)$ a $y(t)$.