COMPITO DI FONDAMENTI DI AUTOMATICA 03.09.2004

Esercizio 1.

Si consideri il sistema lineare a tempo continuo descritto dall'equazione differenziale:

$$\frac{d^3y(t)}{dt^3} + (3+\alpha)\,\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 4\alpha\,\frac{dy(t)}{dt} - 4(1-\alpha)\,y(t) = u(t)$$

dove $u(t) \in \mathbb{R}$ e $y(t) \in \mathbb{R}$ sono rispettivamente l'ingresso e l'uscita del sistema, e $\alpha \in \mathbb{R}$ è un parametro.

1. Scrivere un modello del sistema in forma di stato, definendo opportunamente lo stato $x(t)$.
2. Studiare la stabilità del sistema al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.
3. Per $\alpha = 2$:
   (a) Determinare i modi del sistema.
   (b) Calcolare la risposta libera nello stato $x(t)$ con condizioni iniziali:
   $$y(0) = 1\,, \quad \frac{dy(0)}{dt} = -2\,, \quad \frac{d^2y(0)}{dt^2} = 4$$
   (c) Calcolare la risposta forzata nell'uscita $y(t)$ all'ingresso $u(t) = \delta_{-1}(t)$, dove $\delta_{-1}(t)$ è la funzione gradino unitario.

Esercizio 2.

Dato il sistema nonlineare a tempo continuo:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2^2(t) - u^2(t)\\ \dot{x}_2(t) &= x_1^3(t) - x_1(t)\,x_2^2(t)\end{aligned}$$

1. Determinare tutti i punti di equilibrio del sistema per $u(t) = 1$.
2. Per ciascun punto di equilibrio trovato, scrivere le matrici A_{lin} e B_{lin} del corrispondente sistema linearizzato.
3. Discutere la stabilità dei punti di equilibrio trovati.

Esercizio 3.

Dato un sistema lineare a tempo continuo descritto dalla funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{(s-10)(s+0.1)}{s(s^2-2s+8)}$$

1. Tracciare i diagrammi di Bode (asintotico e reale) di modulo e fase della corrispondente funzione di risposta in frequenza.
2. Calcolare, se esiste, la risposta a regime permanente all'ingresso $u(t) = \sin(2\,t)$.