Soluzioni Elaborato 6

1.1 $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$: $\alpha^2 - \beta^2 \neq 0$ $(\alpha \neq \pm\beta)$

1.2 Sistema completamente raggiungibile, $\mathcal{X}^R = \mathbb{R}^3$
Sistema stabilizzabile.

1.3 2 passi; $u(0) = -2$ $u(1) = 10$.

1.4 $u(0) = \gamma$ $u(1) = \gamma - 4$ $u(2) = 0$ $\forall \gamma \in \mathbb{R}$

2.1 rank $R = 2$ $\mathcal{X}^R = \mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\right\}$

2.2 2 passi; $u(0) = \frac{1}{2}$ $u(1) = 1$.

2.3 2 passi; $u(0) = -2$ $u(1) = 0$.

2.4 $T = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 0 & 1\\0 & 1 & 0\end{bmatrix}$ $\bar{A} = T^{-1}AT = \left[\begin{array}{cc|c}2 & 0 & 1\\0 & 0 & 0\\ \hline 0 & 0 & 1\end{array}\right]$

$\bar{B} = T^{-1}B = \left[\begin{array}{c}1\\1\\ \hline 0\end{array}\right]$ Il sistema non è stabilizzabile (autovalore non raggiungibile $\lambda_{\bar{r}} = 1$)

3.1 $u(0) = \frac{5}{2}$ $u(1) = -\frac{3}{2}$

3.2 Le sequenze $u(0), u(1), u(2)$ tali che

$$u(2) + u(1) + u(0) = -1$$
$$-u(1) - \frac{3}{2}u(0) = \frac{11}{4}$$

Sequenza a minima energia:

$$u(0) = -\frac{10}{7} \quad u(1) = -\frac{17}{28} \quad u(2) = \frac{29}{28}$$

3.3 $F = \begin{bmatrix}-\frac{3}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$

3.4 $\mathcal{X}^{no} = \mathcal{L}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

3.5 $T = I$ (il sistema è già in decomposizione di osservabilità)

$$A = \left[\begin{array}{c|c} 1 & 0 \\ \hline -1 & \frac{1}{2} \end{array}\right] \qquad C = \left[\begin{array}{c|c} 2 & 0 \end{array}\right]$$

$\lambda_{\bar{o}} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ il sistema è rivelabile

3.6 $G(z) = \dfrac{2}{z-1}$

4.1 Non è possibile.

4.2 Dopo 4 passi si ha $\bar{x} - A^4 x(0) = \begin{pmatrix} -11 \\ -16 \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{X}^R$

$$Q_4 \begin{bmatrix} u(3) \\ u(2) \\ u(1) \\ u(0) \end{bmatrix} = \bar{x} - A^4 x(0) \Rightarrow \begin{cases} 2u(2) + 4u(0) = -11 \\ 2u(3) + 4u(1) = -16 \end{cases}$$

Tutte le sequenze che soddisfano il sistema sono accettabili.

4.3 $\text{rank}\ \mathcal{O} = 3 \Rightarrow$ sistema completamente osservabile

4.4 $\det(\lambda I - (A - LC)) = \lambda^3$

$$\Rightarrow L = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$