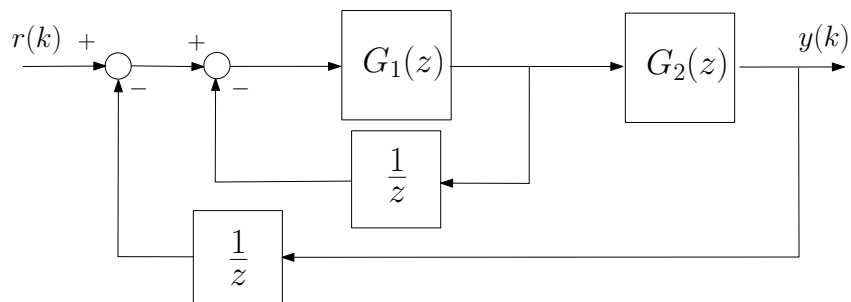


Candidato:

Esercizio 1. Si consideri il sistema lineare a tempo discreto mostrato in figura:



dove

$$G_1(z) = \frac{z}{z - \frac{1}{2}}, \quad G_2(z) = \frac{z}{z - 1}.$$

- I) Determinare la funzione di trasferimento $W(z)$ dall'ingresso $r(k)$ all'uscita $y(k)$.
- II) Calcolare la risposta impulsiva $y_{imp}(k)$, relativa all'ingresso $r(t) = \delta(k)$.
- III) Determinare un segnale di ingresso $u(k)$ di durata finita (cioè tale che esiste un $h \in \mathbb{N}$ per cui $u(k) = 0$ per ogni $k \geq h$), in modo che la risultante risposta forzata $y_k(k)$ sia limitata e non converga a zero. Riportare anche la risposta forzata $y_f(k)$ ottenuta.

Esercizio 2. Si consideri il sistema lineare a tempo continuo, descritto dalla rappresentazione ingresso-uscita

$$y^{(3)}(t) + \ddot{y}(t) + 2K\dot{y}(t) + (1 - K)y(t) = u(t)$$

in cui $y^{(3)}(t) = \frac{d^3}{dt^3}y(t)$ e K è un parametro reale.

- I) Determinare le matrici A, B, C, D di una rappresentazione ingresso-stato-uscita del sistema.
- II) Determinare per quali valori di $K \in \mathbb{R}$ il sistema ammette solo modi convergenti.
- III) Assumendo $K = \frac{1}{2}$, determinare la risposta di regime permanente $y_{perm}(t)$ relativa al segnale di ingresso $u(t) = 10 \cos(t)$.

Esercizio 3. Un albergatore possiede due alberghi in una località di villeggiatura. Ogni anno la metà dei clienti ritorna nell'albergo in cui aveva soggiornato nell'anno precedente. Il 25% dei clienti che aveva soggiornato in uno dei due alberghi, l'anno successivo decide di andare in vacanza nell'altro albergo.

- I) Determinare una rappresentazione ingresso-stato-uscita della dinamica dei clienti presenti ogni anno in ciascuno dei due alberghi, assumendo:
 - come ingressi $u_1(k)$ e $u_2(k)$ il numero di nuovi clienti rispettivamente nell'albergo 1 e nell'albergo 2 (per nuovi clienti si intendono quelli che nell'anno $k + 1$ soggiornano in un albergo, senza essere stati in nessuno dei due alberghi nell'anno k);
 - come uscita $y(k)$ il numero totale di clienti presenti nei due alberghi nell'anno k .
- II) Determinare i modi della risposta libera del sistema e dire se sono convergenti, limitati non convergenti o divergenti.
- III) Supponendo che ogni albergo abbia 100 posti letto e che ogni anno i nuovi clienti del secondo albergo siano il doppio di quelli del primo, determinare il numero costante di nuovi clienti che ogni anno deve scegliere l'albergo 2 in modo tale che, dopo un numero sufficientemente grande di anni, il secondo albergo risulti al completo. Calcolare inoltre, in tali condizioni, il numero di clienti presenti a regime nel primo albergo.

Esercizio 4. Si consideri il sistema lineare a tempo continuo, descritto dal modello ingresso-stato-uscita

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -x_1(t) + \alpha x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1(t) - 5x_2(t) + u(t) \\ y(t) &= x_1(t) + x_2(t)\end{aligned}$$

dove α è un parametro reale.

- I) Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, analizzare i modi della risposta libera del sistema e stabilire se sono:
 - a) aperiodici o pseudoperiodici;
 - b) convergenti, limitati non convergenti o divergenti.
- II) Assumendo $\alpha = 4$, determinare la risposta forzata nell'uscita $y_f(t)$ relativa all'ingresso a gradino unitario $u(t) = 1(t)$.
- III) Determinare il valore di $\alpha \in \mathbb{R}$ e le condizioni iniziali $x(0)$ in modo che la risposta libera nell'uscita $y_l(t)$ sia uguale al gradino unitario $1(t)$.