

Prova in itinere di SISTEMI DINAMICI del 6.12.2021

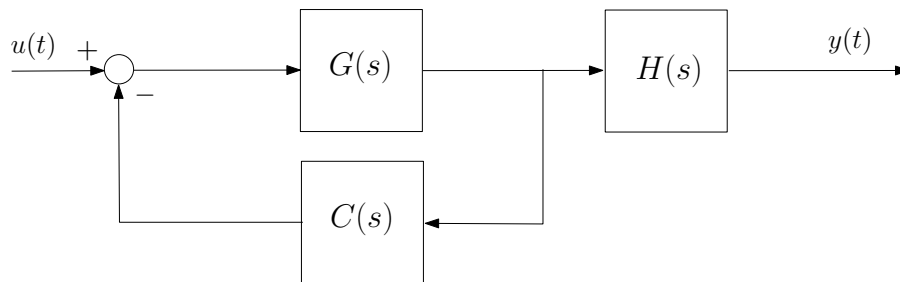
Candidato: **Corso di Laurea**

Esercizio 1. Si consideri il sistema lineare a tempo discreto, descritto dalla rappresentazione ingresso-uscita

$$y(k+2) - \frac{4}{3}y(k+1) + \frac{1}{3}y(k) = u(k)$$

- I) Determinare le matrici A, B, C, D di una rappresentazione ingresso-stato-uscita del sistema.
- II) Utilizzando la rappresentazione calcolata al punto precedente, determinare la risposta libera nell'uscita $y_l(k)$ relativa alle condizioni iniziali $y(0) = 1, y(1) = 0$.
- III) Determinare un segnale di ingresso $u(k)$ tale che la corrispondente risposta forzata $y_f(k)$ sia costante e pari a 6 per ogni $k \geq 2$.

Esercizio 2. Si consideri il sistema lineare a tempo continuo mostrato in figura:



dove

$$G(s) = \frac{1}{(s+5)^2}, \quad C(s) = \frac{K}{s+1}, \quad H(s) = \frac{10}{s+1}$$

e K è una costante reale.

- I) Assumendo $K = 0$, calcolare la risposta impulsiva $y_{imp}(t)$, relativa all'ingresso $u(t) = \delta(t)$.
- II) Determinare per quali valori di $K \in \mathbb{R}$ i modi del sistema sono tutti convergenti.
- III) Determinare per quali valori di $K \in \mathbb{R}$, l'ampiezza della risposta di regime permanente relativa all'ingresso $u(t) = 4\cos(t)$ risulta essere minore di 1, dove la risposta di regime permanente è l'unico termine della risposta forzata che non converge a zero per $t \rightarrow +\infty$.

Esercizio 3. L'organigramma di un'azienda si articola in tre livelli di dipendenti: impiegati, quadri e dirigenti. Ogni anno il 10% degli impiegati viene promosso a quadro e il 10% dei quadri diventa dirigente. Si assuma che ogni anno vada in pensione il 10% dei dipendenti in ciascuno dei tre livelli e che l'azienda assuma solo impiegati.

- I) Determinare una rappresentazione ingresso-stato-uscita della dinamica del personale dell'azienda, nella quale l'ingresso $u(k)$ rappresenta il numero di impiegati neoassunti, che iniziano a lavorare per l'azienda nell'anno $k + 1$ (cioè per i quali l'anno $k + 1$ è il primo anno di effettivo servizio), l'uscita $y(k)$ è il numero totale dei dipendenti che vanno in pensione nell'anno k , e le variabili di stato $x_1(k)$, $x_2(k)$ e $x_3(k)$ rappresentano rispettivamente il numero di impiegati, quadri e dirigenti in organico nell'anno k .
- II) Determinare una rappresentazione ingresso-uscita che leghi il numero delle assunzioni $u(k)$ al numero dei pensionamenti $y(k)$.
- III) Supponendo che l'azienda assuma ogni anno lo stesso numero di impiegati, determinare la percentuale asintotica di dirigenti in organico (cioè il valore limite per $k \rightarrow +\infty$ della percentuale di dirigenti sul totale dell'organico).

Esercizio 4. Si consideri il sistema lineare a tempo continuo, descritto dal modello ingresso-stato-uscita

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) &= -10x_2(t) - 2x_3(t) + u(t) \\ y(t) &= x_1(t)\end{aligned}$$

- I) Determinare i modi della risposta libera del sistema e per ciascuno di essi indicare se sono:
 - a) aperiodici o pseudoperiodici; b) convergenti, limitati non convergenti o divergenti.
- II) Determinare per quali condizioni iniziali $x(0)$, la risposta libera nell'uscita $y_l(t)$ è tale per cui:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} y_l(t) = 0.$$
- III) Assumendo di applicare il segnale di ingresso $u(t) = e^{-t} - \beta e^{-2t}$, dove β è una costante reale, determinare per quali valori di $\beta \in \mathbb{R}$ il valore asintotico della risposta forzata, $\lim_{t \rightarrow +\infty} y_f(t)$, risulta essere compreso tra -1 e 1.