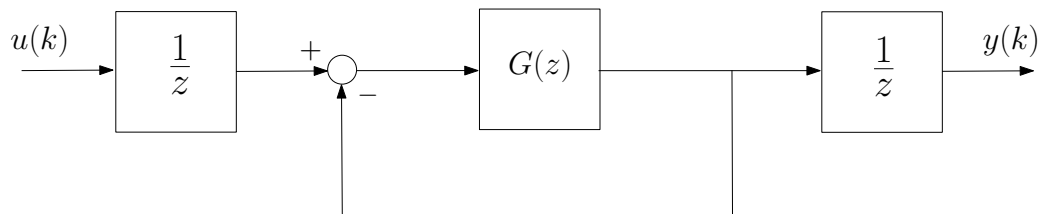


Candidato: Corso di Laurea

Esercizio 1. Si consideri il sistema lineare a tempo discreto mostrato in figura:



in cui $G(z) = \frac{z}{z-1}$.

- I) Determinare la funzione di trasferimento $W(z)$ dall'ingresso $u(k)$ all'uscita $y(k)$.
- II) Determinare la risposta forzata $y_f(k)$ relativa all'ingresso a gradino unitario $u(k) = 1(k)$.
- III) Determinare un segnale di ingresso $u(k)$ tale che la corrispondente risposta forzata $y_f(k)$ sia costante e pari a 1 per ogni $k \geq 2$.

Esercizio 2. Si consideri il sistema lineare a tempo continuo, descritto dall'equazione differenziale

$$\ddot{y}(t) + (2 - K) \dot{y}(t) + (K + 1) y(t) = 2u(t)$$

dove K è un parametro reale.

- I) Determinare per quali valori di $K \in \mathbb{R}$ il sistema ha solo modi pseudoperiodici convergenti.
- II) Determinare per quali valori di $K \in \mathbb{R}$ il valore asintotico per $t \rightarrow +\infty$ della risposta forzata relativa all'ingresso a gradino unitario $u(t) = 1(t)$, esiste finito ed è maggiore di 1.
- III) Determinare per quali valori di $K \in \mathbb{R}$ la risposta di regime permanente relativa all'ingresso $u(t) = \cos(t)$ ha ampiezza maggiore di 1 e risulta essere l'unico addendo della risposta forzata che non converge a zero per $t \rightarrow +\infty$.

Esercizio 3. Una famiglia ha a disposizione ogni giorno una quantità di pane, costituita complessivamente dal pane fresco acquistato nel giorno stesso, a cui si aggiungono la metà del pane disponibile nel giorno precedente e $\frac{1}{32}$ del pane disponibile due giorni prima.

- I) Determinare una rappresentazione ingresso-uscita del sistema, nella quale l'ingresso $u(k)$ rappresenta la quantità di pane acquistata nel giorno k e l'uscita $y(k)$ è la quantità totale di pane disponibile nel giorno k . Determinare inoltre i modi del sistema e per ciascuno di essi indicare se sono: a) aperiodici o pseudoperiodici; b) convergenti, limitati non convergenti o divergenti.
- II) Determinare le matrici A, B, C, D di una rappresentazione ingresso-stato-uscita del sistema.
- III) Supponendo che la famiglia acquisti una quantità costante P di pane ogni giorno, determinare il valore di P in modo che dopo un numero di giorni sufficientemente lungo la famiglia abbia a disposizione ogni giorno 0.5 kg di pane. Giustificare la risposta utilizzando la rappresentazione del problema in termini di sistemi dinamici.

Esercizio 4. Si consideri il sistema lineare a tempo continuo descritto dal modello ingresso-stato-uscita

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= 25x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1(t) + x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) &= 4u(t) \\ y(t) &= x_1(t)\end{aligned}$$

- I) Determinare la risposta impulsiva nell'uscita $y_{imp}(t)$ del sistema.
- II) Determinare le condizioni iniziali $x(0)$ in modo tale che la risposta libera nell'uscita risulti pari a $y_l(t) = 7 \cdot 1(t)$.
- III) Determinare un segnale di ingresso $u(t)$ convergente, in modo tale che la corrispondente risposta forzata nell'uscita $y_f(t)$ sia la combinazione lineare di un segnale convergente a zero e di un segnale di tipo sinusoidale a valor medio nullo.