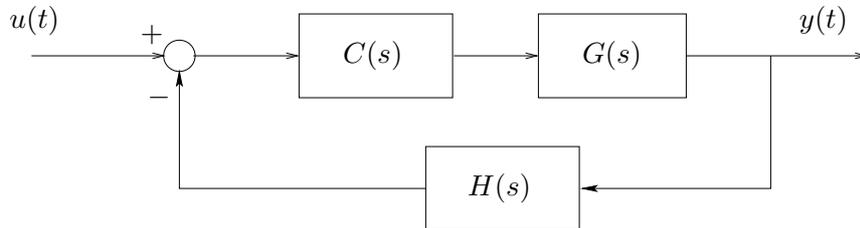


Prova in itinere di SISTEMI DINAMICI del 23.11.2017

Candidato: Corso di Laurea

Esercizio 1. Si consideri il sistema lineare a tempo continuo mostrato in figura:



dove

$$C(s) = 2, \quad G(s) = \frac{1}{s+1}, \quad H(s) = \frac{1}{s+1}.$$

- I) Assumendo di applicare l'ingresso $u(t) = \gamma \cdot 1(t)$, determinare il valore di $\gamma \in \mathbb{R}$ in modo che il valore asintotico per $t \rightarrow +\infty$ della risultante risposta forzata $y_f(t)$ sia uguale a 1.
- II) Calcolare la risposta forzata $y_f(t)$ relativa all'ingresso impulsivo $u(t) = \delta(t)$.
- III) Determinare per quali valori di $\omega \geq 0$, la risposta di regime permanente relativa all'ingresso $u(t) = \cos(\omega t)$ risulta essere maggiore di $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Esercizio 2. Si consideri il sistema dinamico a tempo continuo descritto dal modello ingresso-stato-uscita

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= 5x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -5x_1(t) + Kx_2(t) + u(t) \\ y(t) &= x_1(t) + x_2(t) \end{aligned}$$

dove K è un parametro reale.

- I) Determinare per quali valori di $K \in \mathbb{R}$ i modi della risposta libera del sistema risultano essere: (i) convergenti; (ii) limitati non convergenti; (iii) divergenti.
- II) Assumendo $K = 0$, determinare un ingresso $u(t)$ limitato, tale per cui la corrispondente risposta forzata nell'uscita $y_f(t)$ risulti essere non limitata. Giustificare la risposta.
- III) Determinare la condizione iniziale $x(0)$ in modo che la corrispondente risposta libera nell'uscita risulti essere $y_l(t) = \sin(5t)$.

Esercizio 3. Si consideri un sistema lineare a tempo discreto, la cui risposta impulsiva è data dal segnale:

$$\{g(k)\}_{k=0}^{+\infty} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}.$$

- I) Determinare la funzione di trasferimento $G(z)$ del sistema.
- II) Determinare un segnale di ingresso $u(k)$ che vada a zero in tempo finito (cioè tale per cui esista un istante h oltre il quale $u(k) = 0, \forall k \geq h$), in modo che la corrispondente risposta forzata $y_f(k)$ sia limitata. Riportare sia l'ingresso $u(k)$ scelto che la risposta $y_f(k)$ risultante.
- III) Determinare le matrici A, B, C, D di una rappresentazione ingresso-stato-uscita del sistema.

Esercizio 4. Un'azienda di noleggio di automobili ha lanciato il servizio "Only for one day", che consente ai clienti di noleggiare un'automobile per un solo giorno. L'azienda possiede tre agenzie in tre città diverse. I clienti che noleggiano nell'agenzia 1 possono riconsegnare l'auto il giorno successivo in una qualunque delle tre agenzie. Quelli che noleggiano nelle agenzie 2 o 3 possono riconsegnarla il giorno successivo nell'agenzia stessa dove l'hanno noleggiata, oppure nell'agenzia 1. Ogni auto può essere noleggiata al massimo una volta al giorno. Mediamente, il 25% delle auto noleggiate nell'agenzia 1 vengono riconsegnate nell'agenzia 1 stessa (oppure non vengono noleggiate), mentre la quota rimanente viene riconsegnata in parti uguali nelle agenzie 2 e 3. Per contro, sia nella agenzia 2 che nella 3, il 50% delle auto noleggiate viene riconsegnato nell'agenzia stessa (oppure non vengono noleggiate), mentre il restante 50% viene riconsegnato nell'agenzia 1.

- I) Determinare un modello a tempo discreto in equazioni di stato che rappresenti l'evoluzione su base giornaliera del numero di auto presenti nelle tre agenzie.
- II) Determinare i modi del sistema.
- III) Supponendo che nel giorno $k = 0$ vi siano 100 automobili nell'agenzia 1 e nessuna nelle altre due, determinare l'evoluzione del numero di automobili presenti nell'agenzia 1 per ogni giorno $k \geq 0$.