

Prova in itinere di SISTEMI DINAMICI del 26.11.2015

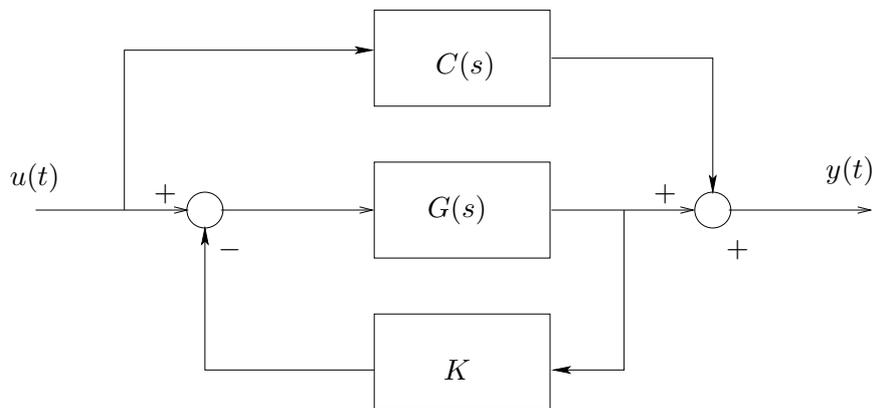
Candidato: **Corso di Laurea**

Esercizio 1. Si consideri il sistema lineare a tempo discreto, descritto dall'equazione ingresso-uscita

$$y(k+2) - y(k) = 6u(k+1).$$

- I) Determinare le matrici A , B , C , D di una rappresentazione ingresso-stato-uscita, avente come variabili di stato $x_1(k) = y(k)$ e $x_2(k) = y(k+1) - 6u(k)$.
- II) Determinare per quali stati iniziali $x(0)$ la risposta libera nell'uscita $y_l(k)$ risulta essere costante per ogni $k \geq 0$.
- III) Determinare la risposta forzata $y_f(k)$ del sistema, relativa all'ingresso a gradino unitario $u(k) = \mathbf{1}(k)$.

Esercizio 2. Si consideri il sistema lineare a tempo continuo mostrato in figura:



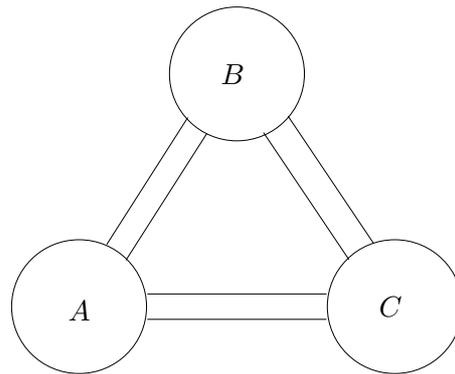
dove

$$G(s) = \frac{1}{s(s+4)}, \quad C(s) = \frac{1}{s+1},$$

e K è una costante reale.

- I) Determinare la funzione di trasferimento $W(s)$ dall'ingresso $u(t)$ all'uscita $y(t)$.
- II) Determinare per quali valori di K , i modi della risposta impulsiva del sistema avente come funzione di trasferimento $W(s)$ risultano essere convergenti ed aperiodici. Riportare i modi risultanti nel caso in cui $K = 3$.
- III) Determinare per quali valori di K , il valore asintotico per $t \rightarrow +\infty$ della risposta forzata $y_f(t)$ relativa all'ingresso a gradino unitario $u(t) = \mathbf{1}(t)$, risulta essere finito e maggiore di 4.

Esercizio 3. Tre isole sono collegate tra loro da tre ponti, secondo lo schema mostrato in figura:



Ogni giorno, il 40% dei turisti presenti nell'isola A si trasferisce nell'isola B ; il 10% dei turisti presenti nell'isola B si trasferisce nell'isola C , e il 30% dei turisti presenti nell'isola C si trasferisce nell'isola A . L'unica isola raggiungibile dal mondo esterno è l'isola A : si indichi con $u(k)$ il numero di turisti che cominciano il soggiorno nell'isola A nel giorno $k + 1$.

- I) Determinare un modello a tempo discreto in equazioni di stato che rappresenti l'evoluzione su base giornaliera del numero di turisti presenti nelle tre isole.
- II) Indicando con $y(k)$ le presenze nell'isola A nel giorno k , determinare un modello ingresso-uscita che metta in relazione gli arrivi $u(k)$ con le presenze $y(k)$ nell'isola A .
- III) Supponendo che nel giorno $k = 0$ arrivino nell'isola A 100 visitatori, determinare la percentuale di questi turisti che si verranno a trovare ancora nell'isola A dopo un tempo arbitrariamente lungo.

Esercizio 4. Si consideri il sistema dinamico a tempo continuo descritto dal modello ingresso-stato-uscita

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -5x_1(t) - 1x_2(t) + u(t) \\ y(t) &= x_1(t)\end{aligned}$$

- I) Determinare i modi della risposta libera del sistema e dire se sono convergenti, limitati non convergenti o divergenti.
- II) Determinare l'ampiezza della risposta di regime permanente relativa all'ingresso $u(t) = 10 \cos(2t)$.
- III) Determinare la risposta forzata del sistema $y_f(t)$, relativa all'ingresso

$$u(t) = \begin{cases} -1 & \text{se } 0 \leq t \leq 1 \\ 1 & \text{se } t > 1. \end{cases}$$