

Prova in itinere di SISTEMI DINAMICI del 20.11.2014

Candidato: **Corso di Laurea**

Esercizio 1. Si consideri un sistema lineare a tempo discreto, tale per cui se si applica il segnale di ingresso

$$u(k) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 2, & k = 1 \\ 2, & k = 2 \\ 0, & k \geq 3 \end{cases}$$

si ottiene la risposta forzata

$$y_f(k) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 3, & k = 1 \\ 5, & k \geq 2 \end{cases}.$$

- I) Determinare la funzione di trasferimento $G(z)$ del sistema.
- II) Si consideri il segnale di ingresso $u(k) = \alpha \cdot \mathbf{1}(k)$, dove α è un parametro reale positivo. Determinare per quali valori di α la risposta forzata $y_f(k)$ soddisfa la condizione $y_f(k) \leq 10$ per tutti gli istanti $k \leq 300$.
- III) Determinare un segnale di ingresso $u(k)$ tale che $u(k) = 0$, per ogni $k \geq 2$, in modo che la corrispondente risposta forzata $y_f(k)$ soddisfi $y_f(k) = 0$, per ogni $k \geq 1$.

Esercizio 2. Si consideri il sistema lineare a tempo discreto, descritto dall'equazione ingresso-uscita

$$y(k+2) - y(k) = u(k+2) + 4u(k+1).$$

- I) Determinare le matrici A , B , C , D di una rappresentazione ingresso-stato-uscita, avente come variabili di stato $x_1(k) = y(k) - u(k)$ e $x_2(k) = y(k+1) - u(k+1) - 4u(k)$.
- II) Determinare la risposta forzata $y_f(k)$ del sistema, relativa all'ingresso impulsivo $u(k) = \delta(k)$.
- III) SI consideri il segnale di ingresso

$$u(k) = (\beta)^k \cdot \mathbf{1}(k) + (\beta)^{k-1} \cdot \mathbf{1}(k-1)$$

dove β è un parametro reale. Determinare per quali valori di β il valore asintotico della risposta forzata, $\lim_{k \rightarrow +\infty} y_f(k)$, esiste finito e risulta essere minore di 12.

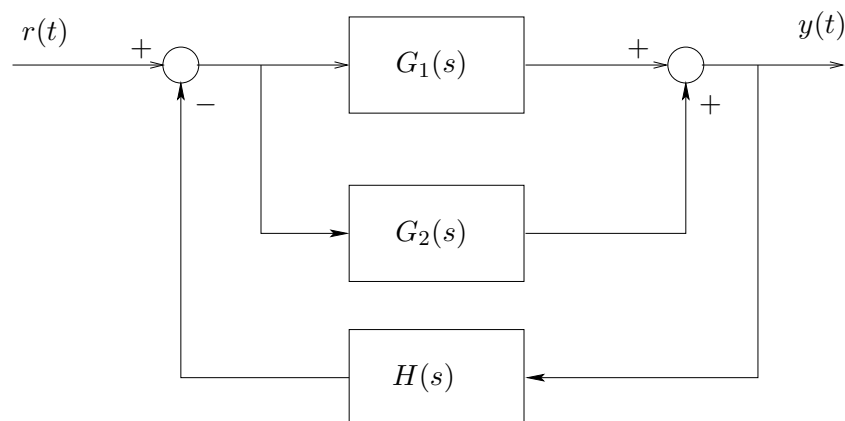
Esercizio 3. Si consideri il sistema dinamico a tempo continuo descritto dall'equazione ingresso-uscita

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 2 \frac{d}{dt}y(t) + (5 - K)y(t) = u(t)$$

dove K è un parametro reale.

- I) Determinare per quali valori di $K \in \mathbb{R}$, i modi della risposta libera del sistema sono convergenti. Distinguere i modi convergenti in aperiodici e pseudoperiodici in funzione di K .
- II) Determinare il valore di K in modo che la risposta di regime permanente relativa all'ingresso $u(t) = \cos(t)$ sia uguale a $y_{perm}(t) = M \sin(t)$, per qualche $M \in \mathbb{R}$. Riportare il valore di M ottenuto.
- III) Assumendo $K = 1$, determinare la risposta forzata $y_f(t)$ del sistema, relativa all'ingresso a gradino unitario $u(t) = \mathbb{1}(t)$.

Esercizio 4. Si consideri il sistema lineare a tempo continuo mostrato in figura:



dove

$$G_1(s) = \frac{1}{s+1}, \quad G_2(s) = \frac{1}{s+2}, \quad H(s) = \frac{1}{2}.$$

- I) Determinare la funzione di trasferimento $W(s)$ dall'ingresso $r(t)$ all'uscita $y(t)$ e scrivere l'equazione della rappresentazione ingresso-uscita del sistema.
- II) Determinare i modi della risposta impulsiva del sistema avente come funzione di trasferimento $W(s)$.
- III) Determinare le condizioni iniziali $y(0)$, $\dot{y}(0)$ in modo tale che la corrispondente risposta libera coincida esattamente con la risposta impulsiva del sistema avente come funzione di trasferimento $W(s)$.