Prova in itinere di SISTEMI DINAMICI del 25.11.2013

Candidato: .... **Corso di Laurea** ....

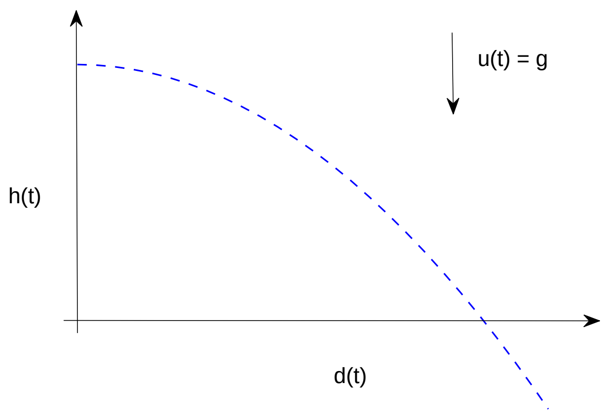
Esercizio 1. Un'agenzia che affitta automobili è interessata a monitorare la percentuale $x_1(k)$ di automobili affittate e la percentuale $x_2(k)$ di automobili a disposizione nel deposito, per ogni giorno k.

I) Supponendo che ogni giorno vengano affittate il 30% delle automobili che erano a disposizione il giorno precedente, e che per contro il 40% di automobili affittate il giorno precedente rientrino a disposizione, determinare un sistema a tempo discreto in equazioni di stato che rappresenti l'evoluzione su base giornaliera del numero di auto affittate e del numero di auto a disposizione.

II) Determinare la percentuale di auto affittate e quella di auto a disposizione, dopo che è trascorso un numero di giorni sufficientemente elevato. Dimostrare che tali percentuali non dipendono dalla distribuzione iniziale delle auto.

III) Determinare l'evoluzione temporale delle auto affittate per ogni giorno k, supponendo che nel giorno $k = 0$, il 50% delle auto fosse affittato e il restante 50% fosse a disposizione nel deposito.

Esercizio 2. Il moto di un proiettile può essere descritto tramite l'evoluzione temporale della distanza percorsa $d(t)$ e della quota $h(t)$, come descritto in figura:

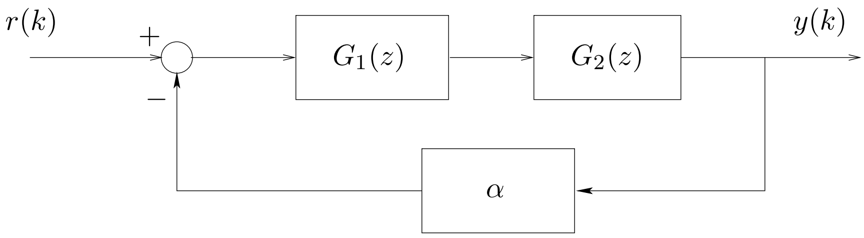


I) Supponendo che il proiettile sia sottoposto alla sola accelerazione di gravità $u(t) = g$, determinare le matrici A, B, C, D di un modello ingresso-stato-uscita a tempo continuo del moto del proiettile, avente come variabili di stato $x_1(t) = d(t)$, $x_2(t) = \dot{d}(t)$, $x_3(t) = h(t)$, $x_4(t) = \dot{h}(t)$, come ingresso $u(t)$ e come variabili di uscita $y_1(t) = d(t)$, $y_2(t) = h(t)$.

II) Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ dall'ingresso $u(t)$ all'uscita $y_2(t)$.

III) Assumendo che il proiettile parta dalla posizione iniziale $d(0) = 0$, $h(0) = 20$, con velocità $\dot{d}(0) = 1$, $\dot{h}(0) = 0$, calcolare la risposta totale nello stato relativa a tale condizione iniziale e all'ingresso $u(t) = g \cdot 1(t)$.

Esercizio 3. Si consideri il sistema lineare a tempo discreto mostrato in figura:



dove

$$G_1(z) = \frac{1}{z - \frac{1}{4}} \ , \quad G_2(z) = \frac{z}{z-1} \ ,$$

e $\alpha = \frac{5}{4}$.

I) Determinare la funzione di trasferimento $W(z)$ dall'ingresso $r(k)$ all'uscita $y(k)$.

II) Determinare i modi della risposta impulsiva del sistema avente ingresso $r(k)$ e uscita $y(k)$.

III) Determinare un segnale di ingresso $r(k)$ tale per cui la corrispondente risposta forzata $y_f(k)$ sia costante per ogni $k \geq 1$. Riportare la risposta $y_f(k)$ ottenuta.

Esercizio 4. Si consideri il sistema dinamico a tempo continuo descritto dall'equazione ingresso-uscita

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + (3-K)\,\frac{d}{dt}y(t) + Ky(t) = \dot{u}(t) - u(t)$$

dove K è un parametro reale.

I) Determinare per quali valori di $K \in \mathbb{R}$, i modi della risposta libera del sistema sono convergenti. Distinguere i modi convergenti in aperiodici e pseudoperiodici in funzione di K.

II) Determinare per quali valori di K esiste finito il valore asintotico per $t \to +\infty$ della risposta forzata relativa all'ingresso a gradino unitario $u(t) = 1(t)$ e riportare tale valore in funzione di K.

III) Assumendo $K = 2$, determinare la risposta di regime permanente $y_{perm}(t)$ del sistema, relativa all'ingresso $u(t) = 10\,\sin(\sqrt{2}t)$.