Prova in itinere di SISTEMI DINAMICI del 26.11.2012

Candidato: .... **Corso di Laurea** ....

Esercizio 1. Un'azienda possiede tre stabilimenti, nei quali svolge tre tipi di lavorazioni diverse sui pezzi che produce. Al termine di ogni settimana, i pezzi lavorati nel primo stabilimento vengono inviati per il 60% al secondo stabilimento e per il 40% al terzo per successive lavorazioni. Per contro, ogni settimana il primo stabilimento riceve una frazione pari al 10% dei semilavorati prodotti la settimana precedente sia nel secondo che nel terzo stabilimento, mentre il restante 90% rimane rispettivamente nel secondo e nel terzo stabilimento per subire altre lavorazioni nella settimana successiva.

I) Scrivere un modello a tempo discreto in equazioni di stato che rappresenti l'evoluzione su base settimanale della quantità di materiali presenti in ciascuno stabilimento.

II) Determinare l'evoluzione nel tempo della quantità di materiale presente nel terzo stabilimento, assumendo che all'inizio della lavorazione siano presenti 100 pezzi nel primo stabilimento e nessuno negli altri due.

III) Determinare come si distribuiscono percentualmente i pezzi nei tre stabilimenti dopo un tempo sufficientemente lungo, assumendo che all'inizio della lavorazione tutti i pezzi si trovino nel primo stabilimento.

Esercizio 2. Si consideri il sistema dinamico a tempo continuo descritto dall'equazione ingresso-uscita

$$\frac{d^3}{dt^3}y(t) + \alpha\,\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 4\,\frac{d}{dt}y(t) = u(t)$$

dove α è un parametro reale.

I) Determinare le matrici A, B, C, D di una rappresentazione ingresso-stato-uscita del sistema.

II) Determinare i modi della risposta libera del sistema in funzione di α, specificando per ciascuno di essi per quali valori di α si tratta di:

- modo aperiodico o pseudoperiodico;
- modo convergente, limitato non convergente, o divergente.

III) Assumendo $\alpha = 2$, determinare la risposta forzata nell'uscita $y_f(t)$ del sistema, relativa all'ingresso a gradino unitario $u(t) = 1(t)$.

Esercizio 3. Si consideri il sistema lineare a tempo continuo mostrato in Figura 1.

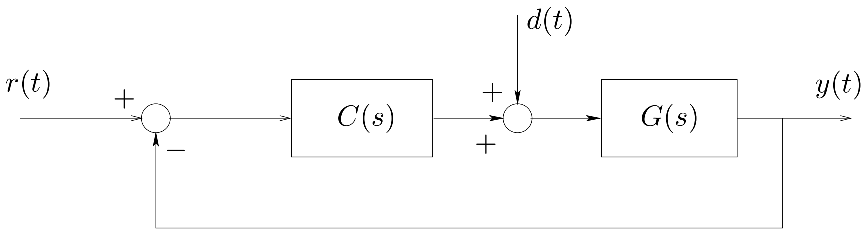

Figura 1.

dove

$$C(s) = \frac{1+s}{s} \ , \quad G(s) = \frac{1}{s+3} \ .$$

I) Determinare le funzioni di trasferimento $W_1(s)$ e $W_2(s)$, rispettivamente dagli ingressi $u(t)$ e $d(t)$, all'uscita $y(t)$.

II) Assumendo $d(t) = 0$, determinare il valore di regime per $t \to +\infty$ della risposta forzata $y_f(t)$ relativa al segnale di ingresso $r(t) = (1 - e^{-2t}) \cdot 1(t)$.

III) Assumendo $r(t) = 0$ e $d(t) = M\cos(t)$, determinare per quali valori di M l'ampiezza della risposta di regime permanente $y_p(t)$ risulta essere minore di 2.

Esercizio 4. Si consideri il sistema lineare a tempo discreto descritto dalle equazioni ingresso-stato-uscita

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= x_1(k) + x_2(k) \\ x_2(k+1) &= 3\,u(k) \\ y(k) &= x_1(k) + x_2(k) + u(k) \end{aligned}$$

I) Determinare la funzione di trasferimento $G(z)$ del sistema.

II) Determinare la risposta forzata del sistema $y_f(k)$, relativa al segnale di ingresso

$$u(k) = \begin{cases} 2\ , & k = 0 \\ 1\ , & k = 1 \\ 0\ , & k \geq 2 \end{cases} \ .$$

III) Si assuma ora che $u(k)$ sia l'uscita di un altro sistema lineare incognito, avente come ingresso il segnale $r(k)$. Determinare la funzione di trasferimento $P(z)$ e l'equazione alle differenze ingresso-uscita di questo nuovo sistema, in modo tale che la risposta impulsiva del sistema complessivo risultante, avente come ingresso $r(k)$ e come uscita $y(k)$, sia identicamente nulla per ogni $k \geq 2$. Riportare inoltre la funzione di trasferimento risultante $W(z)$, dall'ingresso $r(k)$ all'uscita $y(k)$.