Sistemi Dinamici

Elaborato 2: schemi a blocchi, risposta in frequenza

Problema 1. In Figura 1 è rappresentato un tipico schema di controllo, dove P è l'impianto da controllare, C è il controllore che genera il segnale d'ingresso all'impianto, e H è un sensore che permette di leggere il valore dell'uscita.

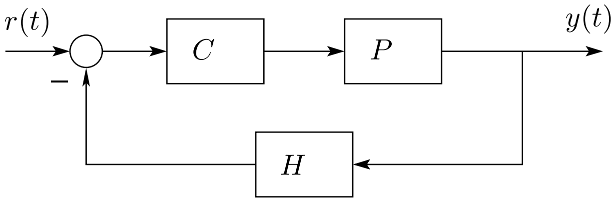

Figura 1

Ciascun elemento è costituito da un sistema lineare tempo-continuo tempo-invariante ad un ingresso ed un'uscita. In particolare si sa che la funzione di trasferimento del sensore vale

$$H(s) = \frac{1}{1+s}$$

mentre quella del controllore C è data da

$$C(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}.$$

Applicando un segnale $r(t)$ ad impulso unitario $\delta(t)$ quando le condizioni iniziali sono nulle, si osserva in uscita il segnale

$$y(t) = \left[-\frac{1}{3}e^{-2t} + \frac{2}{3}e^{-t/2}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t - \frac{\pi}{3}\right) \right] 1(t)$$

Calcolare

1. La risposta del sistema $y(t)$ al gradino unitario $r(t) = 1(t)$,
2. La funzione di trasferimento dell'impianto, ovvero del blocco P.

Problema 2. Si assuma che nello schema in Figura 1, la funzione di trasferimento del blocco P valga

$$P(s) = \frac{14s^2 - 15s + 1}{s^3 - 11s^2 + 18s}$$

mentre quella del blocco H sia $H(s) = 1$. Il blocco C è un guadagno costante, ovvero $C(s) = K$.

1. Calcolare la funzione di trasferimento
$$W(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$$
2. Calcolare, se esistono, i valori di K per i quali la risposta all'impulso $w(t)$ di $W(s)$ tende a zero per $t \to +\infty$ ed ha la forma
$$w(t) = (At^2 + Bt + C)e^{\alpha t}$$
per opportuni valori di A, B, C, α non nulli. Calcolare i suddetti valori di A, B, C, α.

Problema 3. Si consideri lo schema a blocchi in Figura 2.

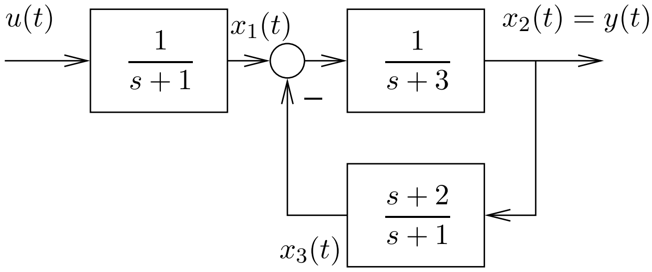

Figura 2.

1. Calcolare la funzione di trasferimento $W(s) = Y(s)/U(s)$ e la rappresentazione del sistema sotto forma di equazione differenziale ingresso-uscita.

2. Determinare le matrici A, B, C, D della rappresentazione ingresso-stato-uscita che si ottiene prendendo come vettore di stato $x(t) = [x_1(t)\ x_2(t)\ x_3(t)]'$.

3. Calcolare il valore di regime $\lim_{t\to+\infty} y_f(t)$ della risposta forzata del sistema, relativa all'ingresso a gradino unitario.

4. Calcolare la risposta forzata del sistema, relativa all'ingresso

$$u(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & t > 1 \end{cases} .$$

Problema 4. Si consideri il sistema in Figura 3

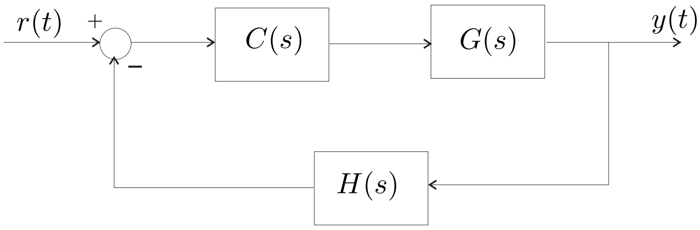

Figura 3

in cui

$$G(s) = \frac{10s^2(s+1)}{s^4 + 2s^3 + 5s^2 + 3s + 1} , \qquad C(s) = \frac{10(s-1)}{s+1} , \qquad H(s) = \frac{1}{100}.$$

1. Determinare la funzione di trasferimento $W(s)$, tra l'ingresso $r(t)$ e l'uscita $y(t)$.

2. Determinare l'espressione della risposta di regime permanente nell'uscita, relativa all'ingresso $r(t) = \frac{1}{2}\cos(4t + \frac{\pi}{4})$.

Problema 5. Sono dati i sistemi dinamici LTI a tempo continuo descritti dalle seguenti funzioni di trasferimento:

$$G_1(s) = \frac{s+1}{s^2+s+1} \quad ; \quad G_2(s) = \frac{s}{(s+1)^2} \quad ; \quad G_3(s) = \frac{1}{s^3+s^2+s+1}$$

ed i seguenti segnali d'ingresso

$$u_1(t) = \sin(t) \quad ; \quad u_2(t) = \sin(2t) + \cos(t) \quad ; \quad u_3(t) = 1 + \cos(t/2 + \pi/3)$$

1. Determinare per quali coppie sistema-segnale d'ingresso è possibile scomporre la risposta forzata nella somma di una risposta di regime permanente $y_P(t)$, limitata e contenente le sole frequenze dell'ingresso, ed una risposta transitoria $y_T(t)$, tendente a zero per $t \to \infty$, come stabilito dal teorema della risposta in frequenza.

2. Calcolare $y_P(t)$ per tutte le coppie sistema-segnale d'ingresso individuate al punto precedente.

3. Per le rimanenti coppie sistema-segnale d'ingresso, stabilire se la risposta forzata è limitata o illimitata, giustificando la risposta.