Prova scritta di SISTEMI DINAMICI del 25.1.2021

Esercizio 1.

Si consideri il sistema lineare a tempo continuo rappresentato in Figura 1

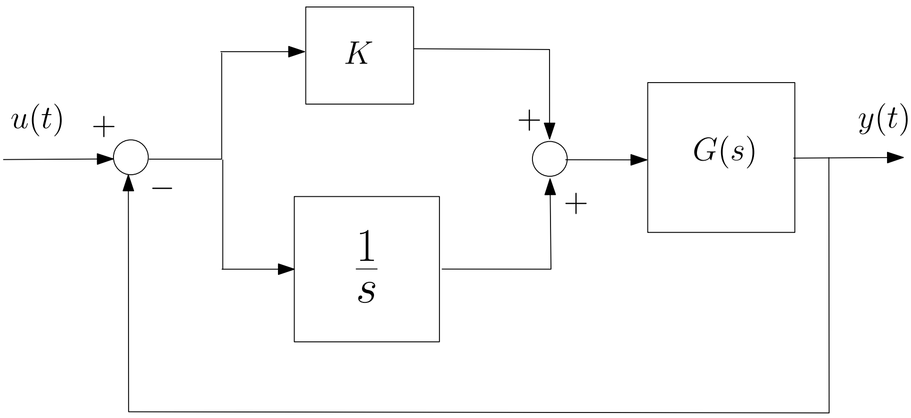

Figura 1

in cui $G(s) = \dfrac{10}{s(s+3)}$ e K è una costante reale.

1. Determinare la funzione di trasferimento $W(s)$ dall'ingresso $u(t)$ all'uscita $y(t)$.
2. Determinare per quali valori di $K \in \mathbb{R}$ il sistema avente come ingresso $u(t)$ e come uscita $y(t)$ è stabile in senso ILUL.
3. Assumendo $K = \dfrac{6}{5}$, determinare la risposta forzata $y_f(t)$ relativa all'ingresso impulsivo $u(t) = \delta(t)$.
4. Assumendo $K = \dfrac{6}{5}$, tracciare i diagrammi di Bode della funzione di trasferimento $W(s)$.

Esercizio 2.
Si consideri il sistema lineare a tempo discreto, descritto dalle equazioni

$$\begin{cases} x_1(k+1) &= x_2(k) \\ x_2(k+1) &= \dfrac{5}{36}\,x_1(k) + \dfrac{2}{3}\,x_2(k) + u(k) \\ y(k) &= x_1(k) \end{cases}$$

1. Studiare la stabilità del sistema. Determinare i modi del sistema e dire se sono convergenti, limitati non convergenti o divergenti.

2. Determinare il segnale di ingresso $u(k)$ in modo tale che la risposta forzata nell'uscita risulti pari a
$$y_f(k) = \left\{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{k-1}\right\} \cdot 1(k-1)$$
dove $1(k)$ rappresenta il gradino unitario.

3. Determinare una legge di controllo in retroazione dello stato, tale per cui i modi del sistema risultino essere $\cos\left(\frac{\pi}{2}k\right)$, $\sin\left(\frac{\pi}{2}k\right)$.

4. Determinare una rappresentazione ingresso-uscita del sistema.

Esercizio 3.
Si consideri il sistema a tempo continuo descritto dalle equazioni

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -16\,x_1(t) + u(t) \\ y(t) &= x_1(t) \end{aligned}$$

1. Determinare un ingresso $u(t)$ limitato che generi una risposta forzata $y_f(t)$ non limitata (cioé contenente modi divergenti).

2. Determinare per quali condizioni iniziali $x(0)$ la risposta libera nell'uscita $y_l(t)$ assume valori massimi negli istanti di tempo $t = \dfrac{\pi}{16} + k\,\dfrac{\pi}{2}$, per $k \in \mathbb{Z}$.

3. Si assuma ora di applicare il segnale di ingresso $u(t) = 20\,x_1(t) - \dfrac{1}{4}\,x_1^3(t) - x_2(t)$. Determinare gli stati di equilibrio del sistema.

4. Discutere la stabilità degli stati di equilibrio calcolati al punto 3.