

Prova scritta di SISTEMI DINAMICI del 25.2.2014

Esercizio 1.

Si consideri il sistema lineare tempo-invariante a tempo discreto, descritto dalle equazioni ingresso-stato-uscita

$$\begin{aligned}x_1(k+1) &= \frac{2}{3}x_1(k) + \frac{1}{3}x_2(k) \\x_2(k+1) &= \frac{1}{3}x_1(k) + \frac{2}{3}x_2(k) \\y(k) &= x_1(k) + \alpha x_2(k)\end{aligned}$$

dove α è un parametro reale.

1. Determinare i modi della risposta libera e studiare la stabilità del sistema.
2. Assumendo $\alpha = 0$, calcolare la risposta libera nell'uscita $y_l(t)$, relativa alla condizione iniziale $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = 1$.
3. Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$, il sistema non è completamente osservabile e riportare il sottospazio degli stati non osservabili.
4. Assumendo $\alpha = 0$, determinare le equazioni di un osservatore asintotico dello stato, tale per cui l'errore di stima dello stato $x(k) - \hat{x}(k)$ risulti essere uguale a zero per ogni $k \geq 2$. [Nota: $\hat{x}(k)$ rappresenta la stima dello stato $x(k)$ fornita dall'osservatore asintotico all'istante k]

Esercizio 2.

Due oscillatori accoppiati sono descritti dalle seguenti equazioni differenziali, in cui $w_1(t)$ e $w_2(t)$ rappresentano le posizioni dei due oscillatori al generico istante t :

$$\begin{aligned}\frac{d^2}{dt^2}w_1(t) &= -w_1(t) + w_2(t) \\ \frac{d^2}{dt^2}w_2(t) &= -\frac{d}{dt}w_2(t) + u(t) \\ y(t) &= w_1(t)\end{aligned}$$

e $u(t)$ rappresenta un termine forzante applicato al secondo oscillatore.

1. Determinare le matrici A , B , C , D , di una rappresentazione ingresso-stato-uscita del sistema.
2. Determinare la risposta impulsiva del sistema.

3. Tracciare i diagrammi di Bode della funzione di trasferimento del sistema.
4. Assumendo ora di scegliere l'ingresso del sistema nel seguente modo:

$$u(t) = -K_1 y(t) - K_2 \dot{y}(t) + r(t)$$

con K_1 e K_2 costanti reali ed $r(t)$ un nuovo segnale di ingresso, determinare l'insieme dei valori di K_1 e K_2 tali per cui il sistema risultante, avente come ingresso $r(t)$ ed uscita $y(t)$, sia stabile in senso ILUL.

Esercizio 3.

Si consideri il sistema lineare a tempo continuo, descritto dalle equazioni

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -x_1(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_2(t) - x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) &= x_1(t) - x_3(t)u(t) + u(t)\end{aligned}$$

1. Assumendo $u(t) = 0, \forall t$, determinare il valore asintotico per $t \rightarrow +\infty$ della risposta libera dello stato, relativa alla condizione iniziale $x_1(0) = 1, x_2(0) = 0, x_3(0) = 0$, giustificando la risposta.
2. Assumendo $u(t) = \beta, \forall t$, con β costante reale, determinare gli stati di equilibrio del sistema in funzione di β .
3. Studiare la stabilità degli stati di equilibrio del sistema calcolati al punto 2).

Candidato:

No. Matricola:

RISULTATI

Esercizio 1.

1. : Modi:

Stabilità:

2. : $y(t) =$

3. : α : $\mathcal{X}^{no}$:

4. : Osservatore:

Esercizio 2.

1. : $A =$ $B =$

$C =$ $D =$

2. : Resp. impulsiva:

3. : (Riportare i diagrammi di Bode su foglio a parte)

4. : K_1, K_2 :

Esercizio 3.

1. : $\lim_{t \rightarrow +\infty} x_l(t) =$

2. : Stati di equilibrio:

3. : Stabilità: