Prova scritta di SISTEMI DINAMICI del 24.7.2013

Candidato: ....

Corso di Laurea ....

Esercizio 1
Si consideri il sistema lineare a tempo continuo descritto dallo schema a blocchi in Figura 1, dove

$$G_1(s) = \frac{1}{s+2}\ , \quad G_2(s) = \frac{100}{s^2+2s}\ , \quad G_3(s) = \frac{1}{s}$$

e K è una costante reale.

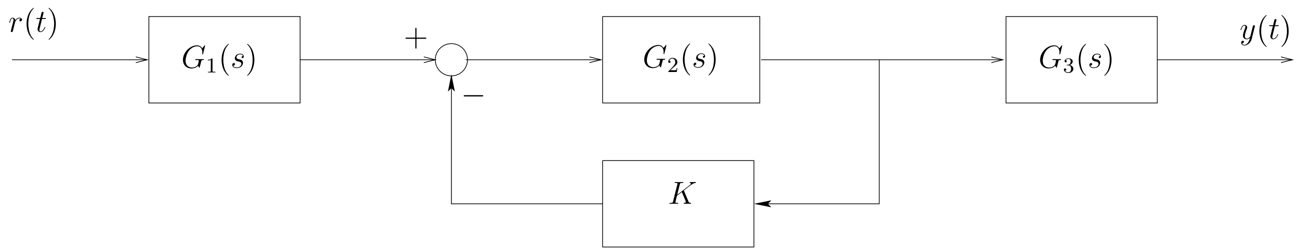

Figura 1.

1) Determinare la funzione di trasferimento $W(s)$ del sistema complessivo avente come ingresso $r(t)$ e uscita $y(t)$.

2) Assumendo $K = 1$, tracciare i diagrammi di Bode di $W(s)$.

3) Determinare per quali valori di K i modi della risposta impulsiva del sistema sono tutti aperiodici e non divergenti (cioè convergenti oppure limitati)..

4) Assumendo $K = 0$, riportare i modi della risposta impulsiva del sistema.

Esercizio 2
Si consideri il sistema a tempo discreto descritto dalle equazioni ingresso-stato-uscita

$$\begin{aligned}
x_1(k+1) &= x_1(k) + u(k) \\
x_2(k+1) &= x_1(k) + \frac{1}{2}\,x_2(k) \\
x_3(k+1) &= x_2(k) + \alpha\,x_3(k) \\
y(k) &= x_2(k) + x_3(k)
\end{aligned}$$

dove α è un parametro reale.

1) Studiare la stabilità del sistema al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, sia nello spazio degli stati che in senso ILUL.

2) Assumendo $\alpha = 1$, determinare i modi della risposta forzata nell'uscita del sistema, relativa all'ingresso a gradino unitario $u(k) = 1(k)$.

3) Discutere l'osservabilità del sistema al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

4) Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ è possibile costruire un osservatore asintotico dello stato, giustificando la risposta.

Esercizio 3
Si consideri il sistema a tempo continuo descritto dalle equazioni ingresso-stato-uscita

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\
\dot{x}_2(t) &= -2x_1(t) - 2x_2(t) + u(t) \\
y(t) &= x_1(t)
\end{aligned} \tag{1}$$

1) Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema.

2) Determinare il valore di regime per $t \to +\infty$ della risposta forzata nell'uscita del sistema, relativa all'ingresso $u(t) = 10 \cdot 1(t)$.

3) Determinare i valori di $\omega > 0$ tali per cui l'ampiezza della risposta di regime permanente relativa all'ingresso $u(t) = 4\cos(\omega t)$, risulta essere minore di 1.

4) Determinare la risposta forzata nell'uscita del sistema, relativa al segnale di ingresso

$$u(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } 0 \le t \le 2 \\ 0, & \text{se } t > 2. \end{cases}$$