

Prova scritta di SISTEMI DINAMICI del 6.3.2013

Candidato: Corso di Laurea

Esercizio 1

Il nastro trasportatore di una linea di produzione può essere descritto dall'equazione alle differenze finite

$$y(k+2) = u(k)$$

in cui $u(k)$ rappresenta la quantità di materiale posta all'inizio del nastro all'istante k , e $y(k)$ è la quantità di materiale prelevata al termine del nastro all'istante k .

- 1) Determinare una rappresentazione ingresso-stato-uscita del sistema.
- 2) Assumendo che la quantità posta in ingresso sia pari a

$$u(k) = \alpha y(k) + r(k)$$

dove α è il tasso di ricircolo del materiale e $r(k)$ è la quantità di nuovo materiale proveniente da altre lavorazioni, determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ il sistema risultante avente come ingresso $r(k)$ e come uscita $y(k)$ risulta essere asintoticamente stabile.

- 3) Nelle ipotesi del punto 2), con $\alpha = \frac{1}{2}$, determinare la risposta forzata nell'uscita $y_f(k)$ relativa all'ingresso a gradino unitario $r(k) = 1(k)$.

Esercizio 2

Dato il sistema a tempo-continuo descritto dalle equazioni ingresso-stato-uscita

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = x_3(t)$$

$$\dot{x}_3(t) = -10x_1(t) - 11x_2(t) - 11x_3(t) + u(t)$$

$$y(t) = -10x_1(t) + 20x_2(t)$$

- 1) Discutere la stabilità del sistema.
- 2) Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema.
- 3) Tracciare i diagrammi di Bode di $G(s)$.
- 4) Discutere la raggiungibilità e l'osservabilità del sistema.

Esercizio 3

Si consideri il sistema a tempo continuo descritto dallo schema a blocchi in Figura 1, dove

$$G(s) = \frac{s-1}{s+1}, \quad P(s) = \frac{1}{s}, \quad H(s) = \frac{1}{s+2}.$$

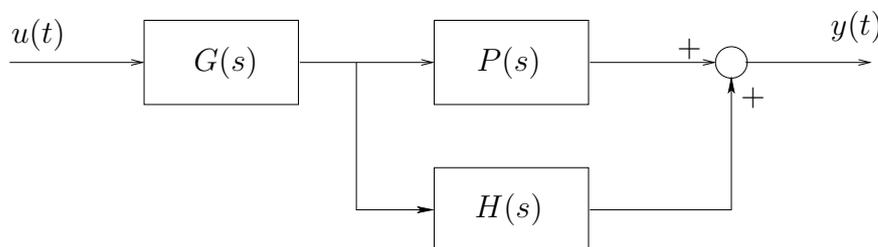


Figura 1.

- 1) Determinare la funzione di trasferimento $W(s)$ da $u(t)$ a $y(t)$.
- 2) Determinare il valore di regime per $t \rightarrow +\infty$ della risposta impulsiva del sistema (cioè di $y_f(t)$ relativa all'ingresso $u(t) = \delta(t)$).
- 3) Assumendo $u(t) = R_1 e^{-t} + R_2 t e^{-t}$, determinare i coefficienti R_1 e R_2 in modo che la risposta forzata $y_f(t)$ contenga solo modi convergenti.

Esercizio 4

Si consideri il sistema a tempo continuo descritto dalle equazioni ingresso-stato-uscita

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -x_1(t) + \beta \frac{x_1(t)x_2(t)}{1+x_2(t)} \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) - x_2(t) \end{aligned}$$

dove β è un parametro reale.

- 1) Determinare gli stati di equilibrio del sistema in funzione di β .
- 2) Discutere la stabilità dei punti di equilibrio trovati al punto 1), al variare di $\beta \in \mathbb{R}$.