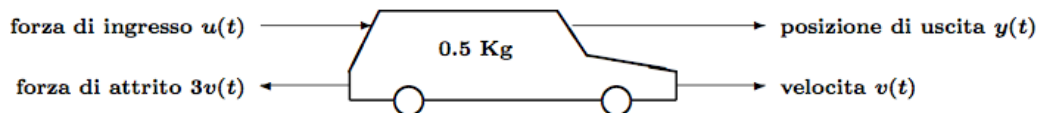


Prova scritta di SISTEMI DINAMICI del 13.2.2013

Candidato: Corso di Laurea

Esercizio 1

Si consideri il sistema dinamico costituito da una automobilina radiocomandata di massa pari a 0.5 Kg, rappresentata in figura:



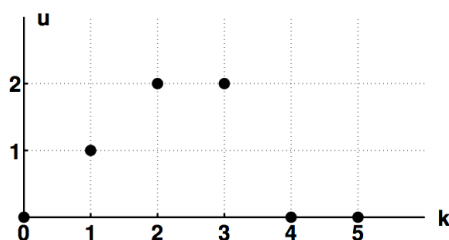
- 1) Determinare una rappresentazione ingresso-stato-uscita del sistema, considerando come ingresso la forza di trazione $u(t)$ e come uscita la posizione $y(t)$.
- 2) Determinare la funzione di trasferimento del sistema.
- 3) Studiare la stabilità del sistema sia nello spazio degli stati, che in senso BIBO.
- 4) Determinare la risposta forzata nell'uscita, relativa all'ingresso $u(t) = 3 \cdot 1(t)$, dove $1(t)$ rappresenta il gradino unitario.

Esercizio 2 Dato il sistema a tempo-discreto descritto dalle equazioni ingresso-stato-uscita

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 1 \end{bmatrix} x(k) \end{aligned}$$

dove α è un parametro reale.

- 1) Discutere la stabilità del sistema.
- 2) Determinare la risposta dello stato corrispondente a condizioni iniziali nulle e ingresso $u(k)$:



- 3) Determinare lo spazio degli stati raggiungibili a partire dallo stato iniziale $x(0) = [0 \ 0 \ 0]'$. Trovare una decomposizione di raggiungibilità del sistema e dire se il sistema è stabilizzabile.
- 4) Discutere l'osservabilità del sistema al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, specificando per ciascun valore di α lo spazio degli stati non osservabili.

Esercizio 3

Si consideri il sistema a tempo continuo descritto dalla equazione ingresso-uscita:

$$\ddot{y}(t) + 9\dot{y}(t) + 8y(t) = u(t).$$

- 1) Determinare una condizione iniziale $y(0)$, $\dot{y}(0)$, tale che la risposta libera del sistema sia $y_l(t) = e^{-t}$. È possibile fare altrettanto in modo che $y_l(t) = e^{-4t}$? Perché? Giustificare la risposta.
- 2) Assunto $u(t) = \cos(\omega t)$, determinare per quali valori di $\omega > 0$ la risposta di regime permanente risulta avere ampiezza minore di $\frac{1}{8}$.
- 3) Tracciare i diagrammi di Bode del sistema.

Esercizio 4

Si consideri il sistema a tempo continuo descritto dalle equazioni ingresso-stato-uscita

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= \frac{1}{\alpha}x_1(t) + x_2^3(t) \\ \dot{x}_2(t) &= 4u(t)x_1(t) + \alpha x_2(t)\end{aligned}$$

dove $\alpha \neq 0$ è un parametro reale.

- 1) Determinare gli stati di equilibrio del sistema per $u(t) = \frac{1}{2}$, $\forall t$.
- 2) Scrivere le matrici A_{lin} e B_{lin} del sistema linearizzato nell'intorno di ciascuno stato di equilibrio trovato al punto 1).
- 3) Discutere la stabilità dei punti di equilibrio trovati al punto 1), al variare di $\alpha \neq 0$.