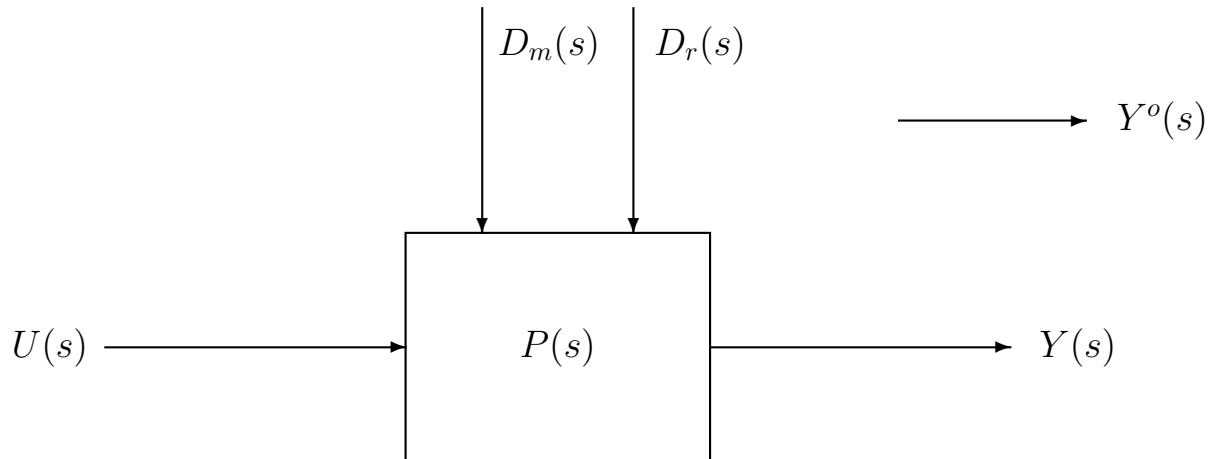


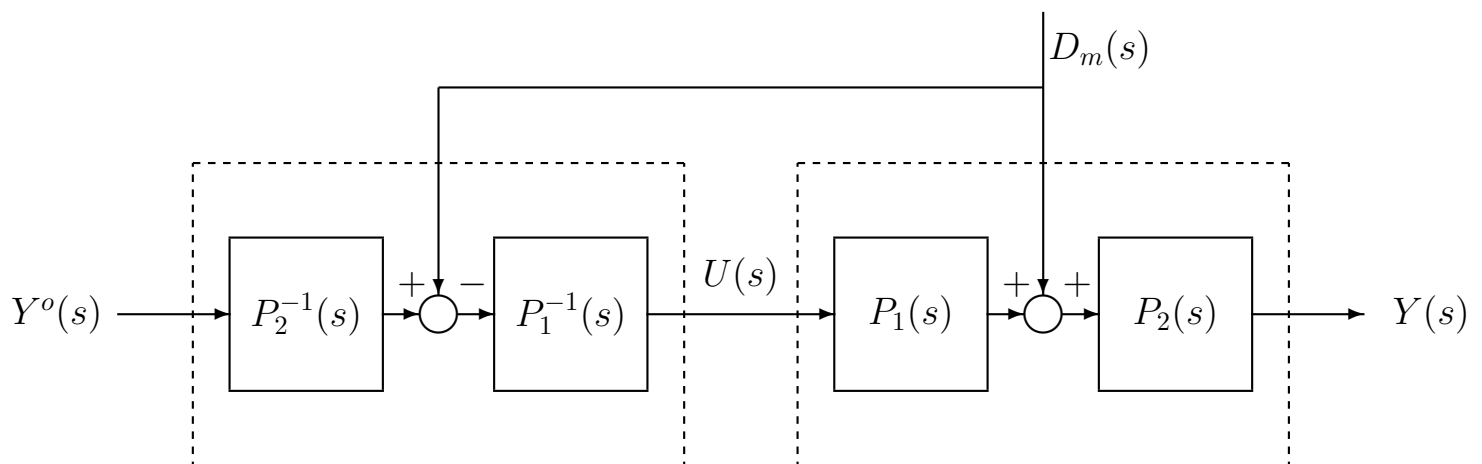
MODELLO COMPLETO PER IL CONTROLLO



- $d_m(t)$: disturbi misurabili
- $d_r(t)$: disturbi non misurabili
- $y^o(t)$: andamento desiderato della variabile controllata
- $u(t)$: variabile di controllo
- $P(s)$: funzione di trasferimento del processo
- Problema del controllo:
 - determinare l'ingresso u in modo che risulti $y \approx y^0$.

CONTROLLO IN CATENA DIRETTA

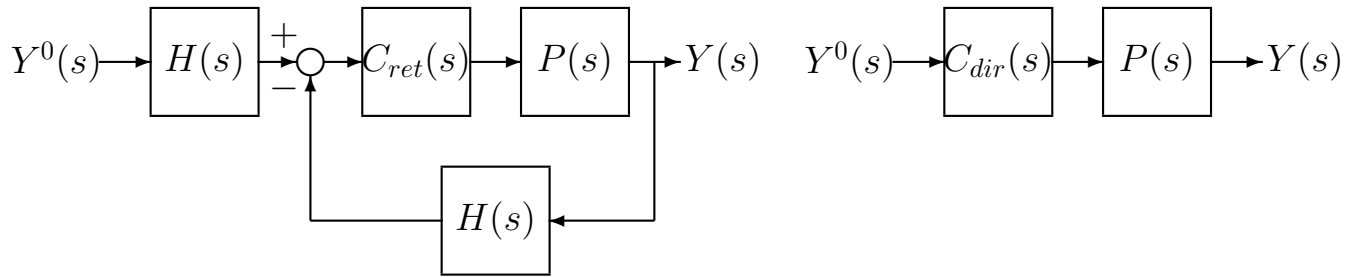
- Soluzione in catena diretta.
 - Ipotesi: processo a minima rotazione di fase (poli e zeri con parte reale minore di zero).



- Legge di controllo in assenza di disturbi non misurabili

$$U(s) = \frac{1}{P(s)} Y^o(s) - \frac{1}{P_1(s)} D_m(s)$$

CONT. IN CATENA APERTA VS. CONT. IN RETROAZIONE



- Ipotesi:
 - i due schemi di controllo sono stabili internamente;
 - le funzioni di trasferimento ingresso-uscita soddisfano:

$$\frac{C_{ret}PH}{1 + C_{ret}PH} \approx 1$$

$$C_{dir}P \approx 1$$

CONTR. IN CATENA APERTA VS. CONTR. IN RETROAZIONE

- Effetto di un disturbo d (non misurabile) sull'uscita (y_d e y_n sono rispettivamente la risposta al disturbo d e all'uscita desiderata y^0):

controllo in catena diretta:
$$\frac{Y_d}{Y_n} = \frac{1}{C_{dir}P} \frac{D}{Y^0} \approx \frac{D}{Y^0}$$

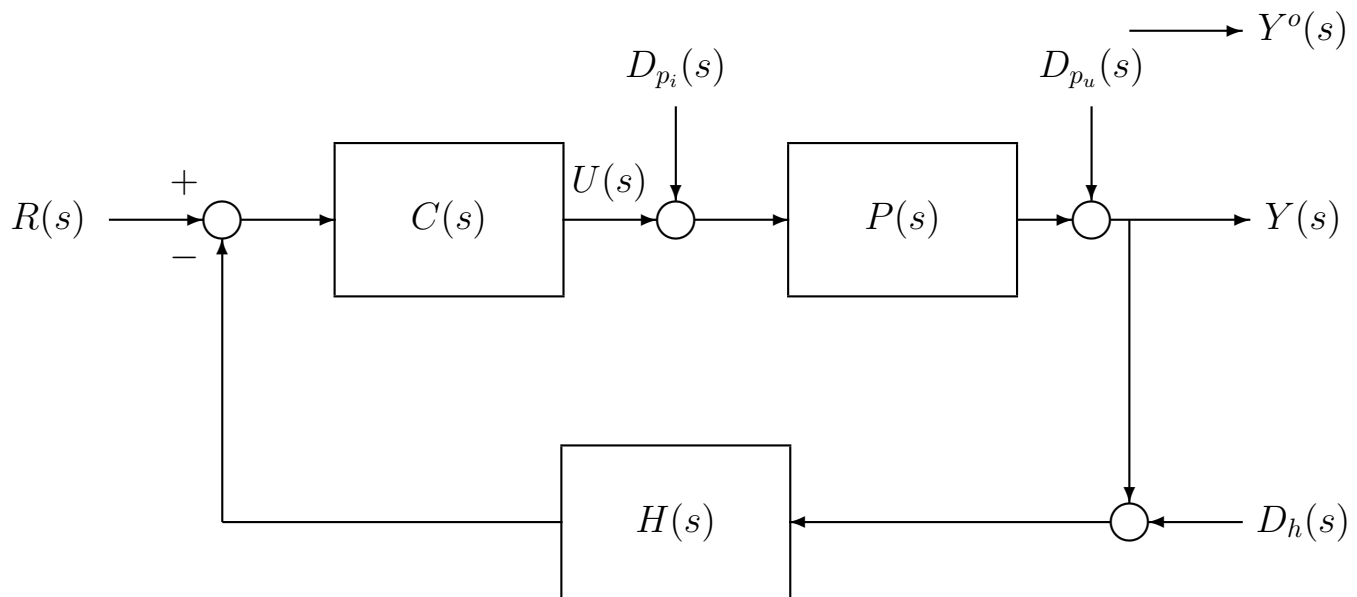
controllo in retroazione:
$$\frac{Y_d}{Y_n} = \frac{1}{C_{ret}PH} \frac{D}{Y^0} \ll \frac{D}{Y^0}$$

- Effetto di una variazione parametrica ΔP dell'impianto P (Δy è la variazione dell'uscita dovuta a ΔP):

controllo in catena diretta:
$$\frac{\Delta Y}{Y_n} = \frac{\Delta P}{P}$$

controllo in retroazione:
$$\frac{\Delta Y}{Y_n} = \frac{1}{1 + C_{ret}PH} \frac{\Delta P}{P} \ll \frac{\Delta P}{P}$$

SCHEMA DI CONTROLLO IN RETROAZIONE COMPLETO



- Problema del controllo:

determinare la funzione di trasferimento $C(s)$ del controllore in modo che l'andamento di $y(t)$ sia ragionevolmente vicino a $y^o(t)$ per ogni configurazione ammissibile dei disturbi.

SPECIFICHE DI CONTROLLO

- Condizione fondamentale: sistema stabile internamente ad anello chiuso.
- Classi di specifiche:
 - Specifiche di precisione:
 - * rapporto desiderato fra il segnale di riferimento e l'uscita;
 - * errori di inseguimento a regime per segnali tipici di ingresso;
 - * errori a regime dovuti a disturbi e/o variazioni parametriche.
 - Specifiche di stabilità:
 - * limite alla massima sovraelongazione della risposta al gradino (picco di risonanza, margine di fase, coefficiente di smorzamento dei poli dominanti)
 - Specifiche di velocità di risposta:
 - * limite al tempo di salita della risposta al gradino (tempo di ritardo, tempo di assestamento, banda passante)

SINTESI PER TENTATIVI: SPECIFICHE

- Al blocco in catena di retroazione $H(s)$ spetta il compito di soddisfare al rapporto ingresso-uscita desiderato:

$$H(s) = \frac{1}{K_D} \quad \text{se } y^o(t) = K_D r(t)$$

- Le altre specifiche sono soddisfatte dal compensatore $C(s)$

– Specifiche tipiche:

1. Tipo del sistema di controllo: definisce l'ingresso canonico per il quale si ha errore generalizzato a regime limitato e non nullo.
2. Entità di tale errore di regime permanente.
3. Sovroelongazione massima \hat{s}_{max} .
4. Tempo di salita desiderato t_s^0

– Struttura del compensatore:

$$C(s) = \frac{K_c}{s^h} C'(s) \quad C'(0) = 1$$

– Altre specifiche:

- * limite sull'ampiezza del segnale di ingresso all'impianto.

SINTESI PER TENTATIVI: DETERMINAZIONE DI K_c e h

- Determinazione del tipo:
 - Ordine massimo k^r dell'ingresso canonico per il quale si vuole un errore di inseguimento a regime limitato
 - Ordine massimo k_i^d del disturbo canonico in ingresso all'impianto per il quale si vuole un errore a regime limitato
 - Ordine massimo k_u^d del disturbo canonico in uscita dall'impianto per il quale si vuole un errore a regime limitato
 - N_p : numero dei poli in zero dell'impianto
- Determinazione del guadagno di Bode:
 - k^r , k_i^d , k_u^d e N_p
 - Guadagno di Bode K_p dell'impianto
 - Valore K_D del rapporto ingresso-uscita desiderato

SPECIFICHE EQUIVALENTI SUL GUADAGNO D'ANELLO

- Specifiche nel dominio del tempo ad anello chiuso:

1. $\hat{s} \leq \hat{s}_{max}$

2. $t_s = t_s^o$

- Specifiche “equivalenti” nel dominio della frequenza ad anello chiuso
($W(s)$):

1. $M_r \leq M_{r_{max}} \approx (1 + \hat{s}_{max})/[0.85, 1]$

2. $B_3 = B_3^o \approx 3/t_s^o$

- Specifiche “equivalenti” nel dominio della frequenza ad anello aperto
($C(s)P(s)/K_D$):

1. $m_\phi \geq \underline{m}_\phi$ (carta di Nichols)

2. $\omega_a = \omega_a^o \approx [0.5, 0.8]B_3^o$

SINTESI PER TENTATIVI: DETERMINAZIONE DI $C'(s)$

- Forma guadagno d'anello:

$$L(s) = C'(s)L'(s)$$

dove

$$L'(s) = \frac{K_c}{s^h} \frac{P(s)}{K_D}$$

- Problema:

- dati il margine di fase desiderato m_ϕ^o e la pulsazione di attraversamento desiderata ω_a^o determinare $C'(s)$ in modo che:

$$|L(j\omega_a^o)|_{\text{dB}} = 0 \qquad \arg[L(j\omega_a^o)] + \pi = m_\phi^o$$

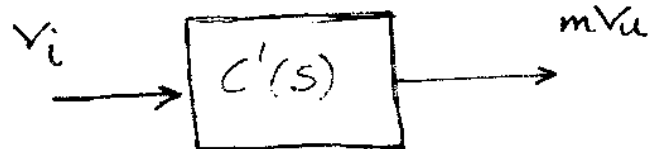
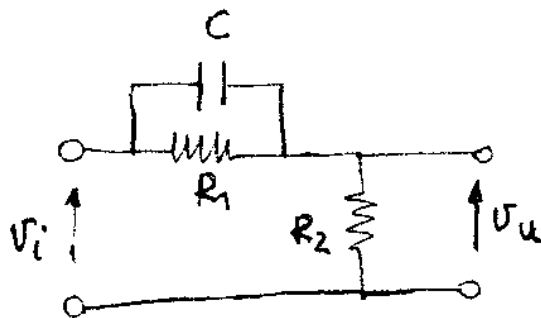
ovvero

$$\begin{aligned} |C'(j\omega_a^o)|_{\text{dB}} &= -|L'(j\omega_a^o)|_{\text{dB}} \\ \arg[C'(j\omega_a^o)] &= m_\phi^o - \arg[L'(j\omega_a^o)] - \pi \end{aligned}$$

PRINCIPALI RETI CORRETTRICI: ANTICIPATRICE

$$C'(s) = \frac{1 + s\tau}{1 + s\tau/m}, \quad m > 1$$

- Realizzazione circuitale:



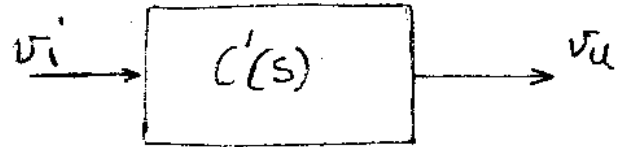
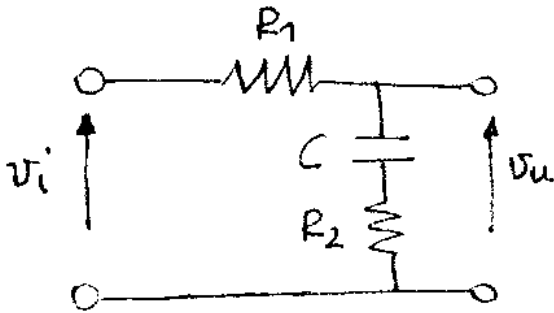
- Valore dei parametri:

$$\tau = R_1 C, \quad m = \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

PRINCIPALI RETI CORRETTRICI: RITARDATRICE

$$C'(s) = \frac{1 + s\tau/m}{1 + s\tau}, \quad m > 1$$

- Realizzazione circuitale:

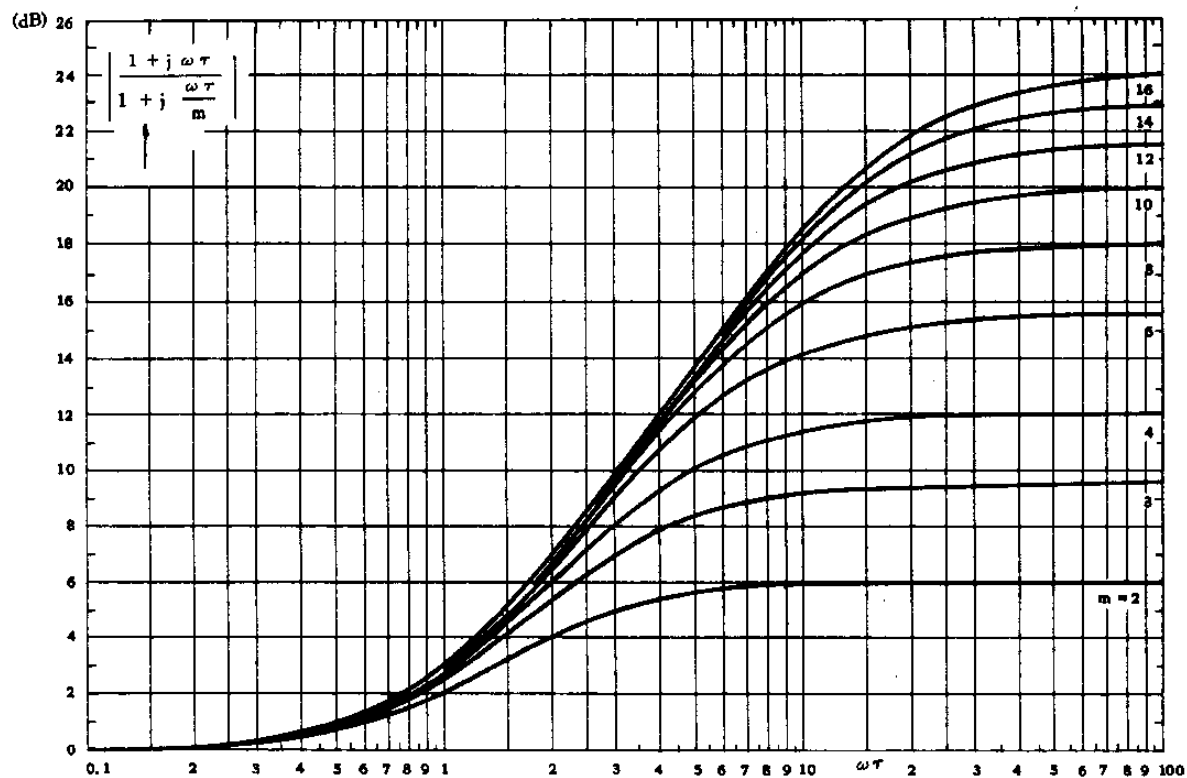
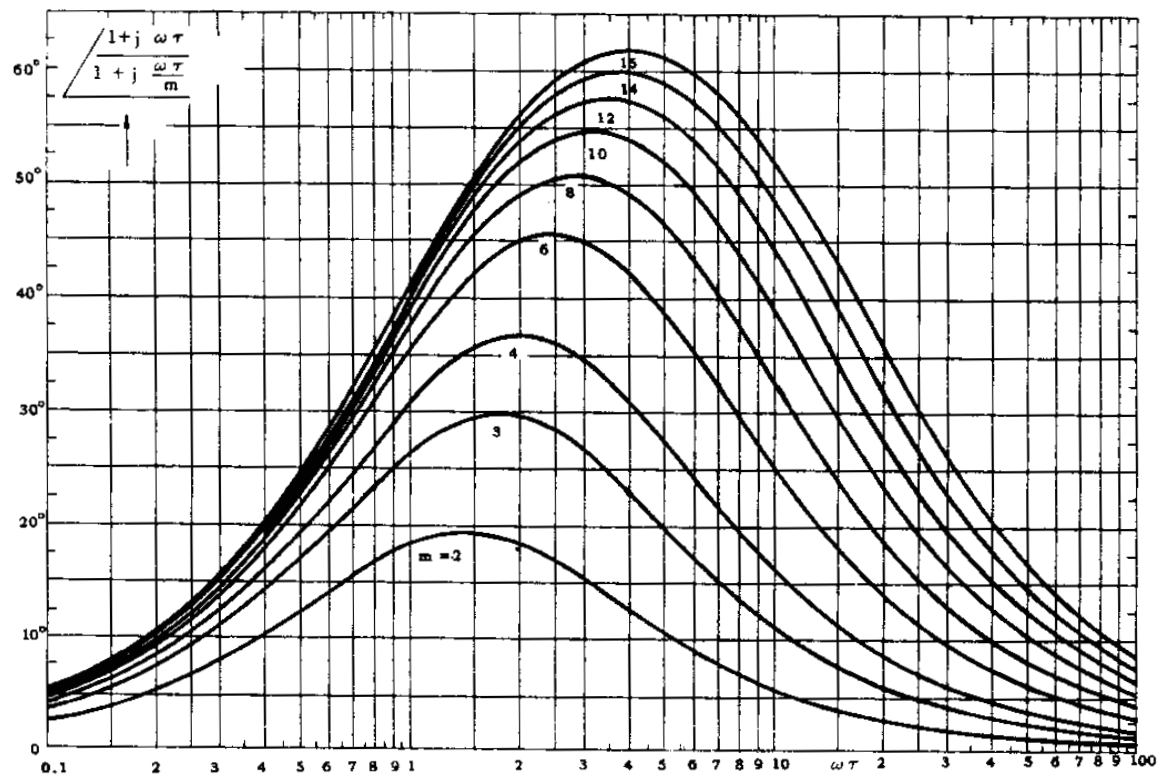


- Valore dei parametri:

$$\tau = (R_1 + R_2)C,$$

$$m = \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

RETI CORRETRRICI: DIAGRAMMI DI BODE

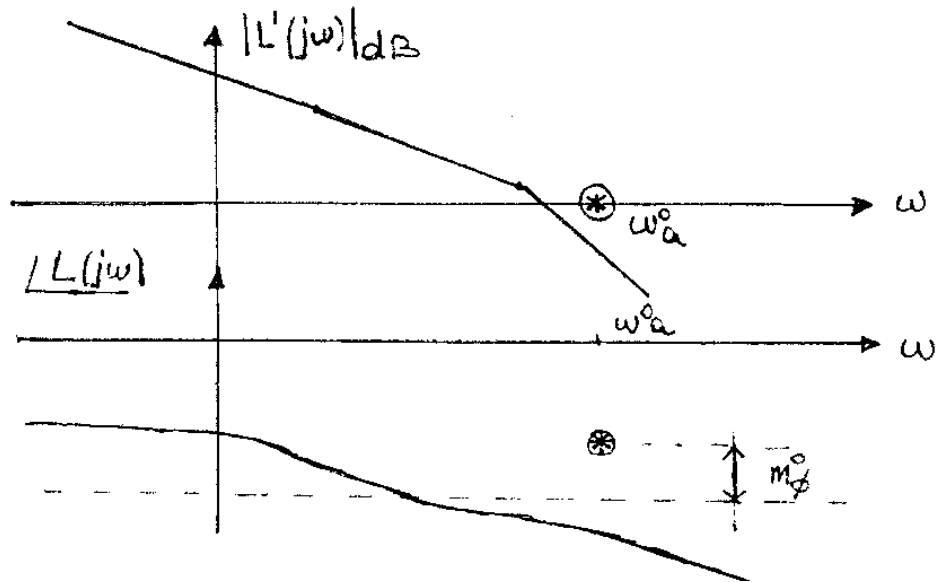


IMPOSTAZIONE DI ω_a^o E m_ϕ^o

• Caso I

$$|L'(j\omega_a^o)|_{dB} \leq 0$$

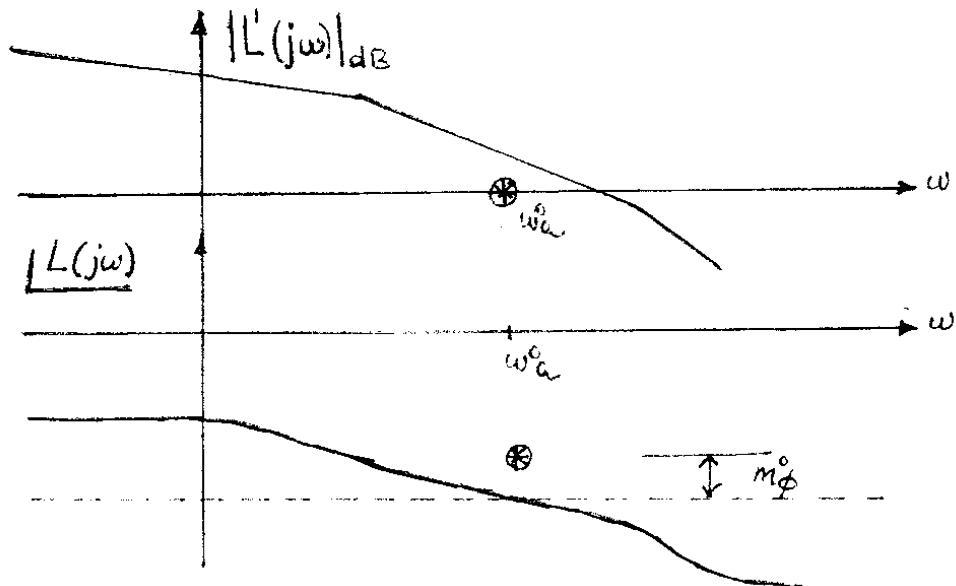
$$\arg[L'(j\omega_a^o)] + \pi \leq m_\phi^o$$



• Caso II

$$|L'(j\omega_a^o)|_{dB} \geq 0$$

$$\arg[L'(j\omega_a^o)] + \pi \leq m_\phi^o$$

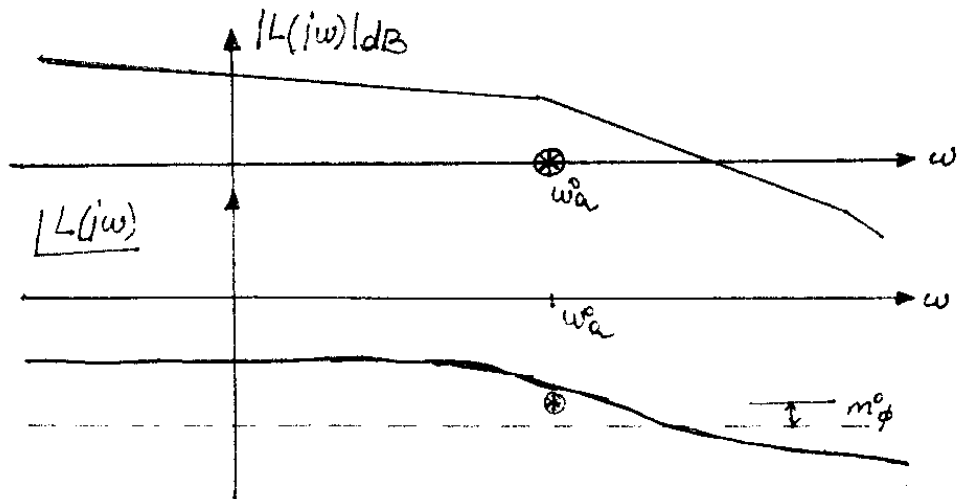


IMPOSTAZIONE DI ω_a^o E m_ϕ^o

• Caso III

$$|L'(j\omega_a^o)|_{dB} \geq 0$$

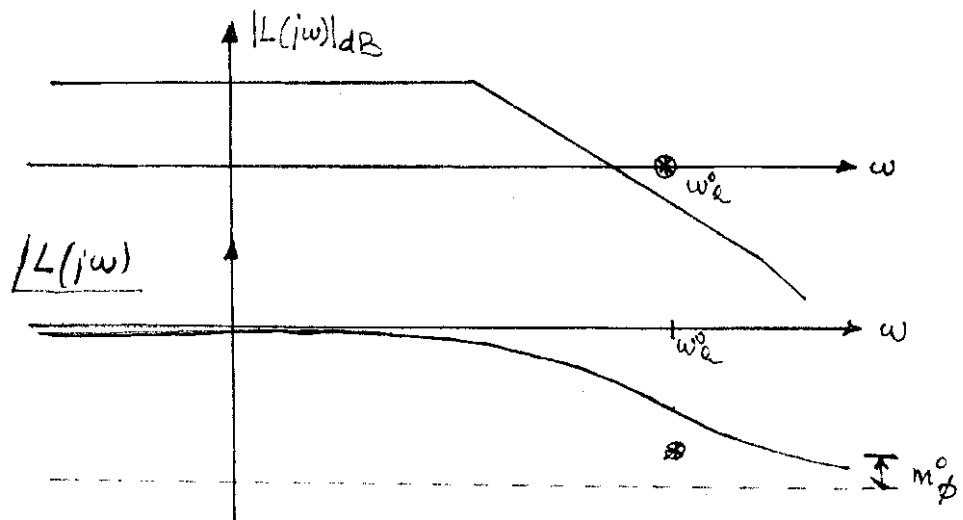
$$\arg[L'(j\omega_a^o)] + \pi \geq m_\phi^o$$



• Caso IV

$$|L'(j\omega_a^o)|_{dB} \leq 0$$

$$\arg[L'(j\omega_a^o)] + \pi \geq m_\phi^o$$



VERIFICA ULTERIORI SPECIFICHE

- Specifica sul massimo valore ammissibile per la funzione di trasferimento fra il riferimento e l'ingresso dell'impianto

$$|F(j\omega)|_{\text{dB}} = \frac{|C(j\omega)|_{\text{dB}}}{|1 + C(j\omega)P(j\omega)H(j\omega)|_{\text{dB}}} \leq M_u$$

Comportamento alle alte frequenze (disturbi)

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} |C(j\omega)|_{\text{dB}} \leq M_u$$

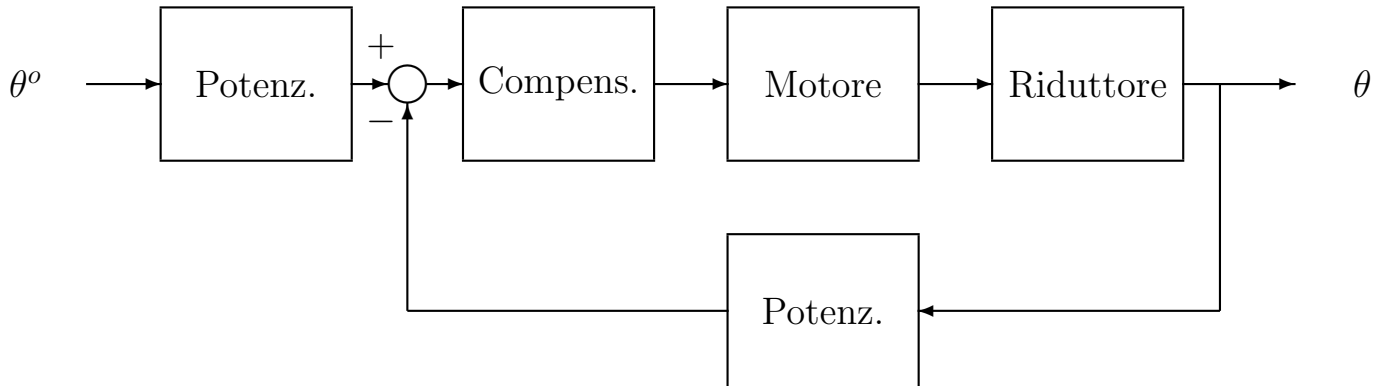
- Specifica sull'errore in uscita prodotto da disturbi sinusoidali.
Disturbo sull'uscita:

$$d(t) = \sin \omega_d t$$

Specifica:

$$\frac{1}{|1 + C(j\omega_d)P(j\omega_d)H(j\omega_d)|} \leq e_d$$

SINTESI PER TENTATIVI: ESEMPIO



- Costante di trasduzione dei potenziometri:

$$K_p = 4 \text{ [V} \cdot \text{rad}^{-1}\text{]}$$

- Rapporto di riduzione:

$$K_r = \frac{1}{70}$$

- Motore in corrente continua a controllo di campo:

$$P(s) = \frac{K_m}{s(1 + s\tau_e)(1 + s\tau_m)}; \quad \tau_e = \frac{L_e}{R_e}, \quad \tau_m = \frac{J}{\beta}, \quad K_m = \frac{K_T}{R_e\beta}$$

- Valori parametri del motore:

- K_m , τ_e e τ_m sono determinati sperimentalmente:

$$K_m = 65 \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}\text{]}; \quad \tau_m = 0.2 \text{ [s]}; \quad \tau_e = 0.03 \text{ [s]}$$

- R_e e J sono misurati direttamente:

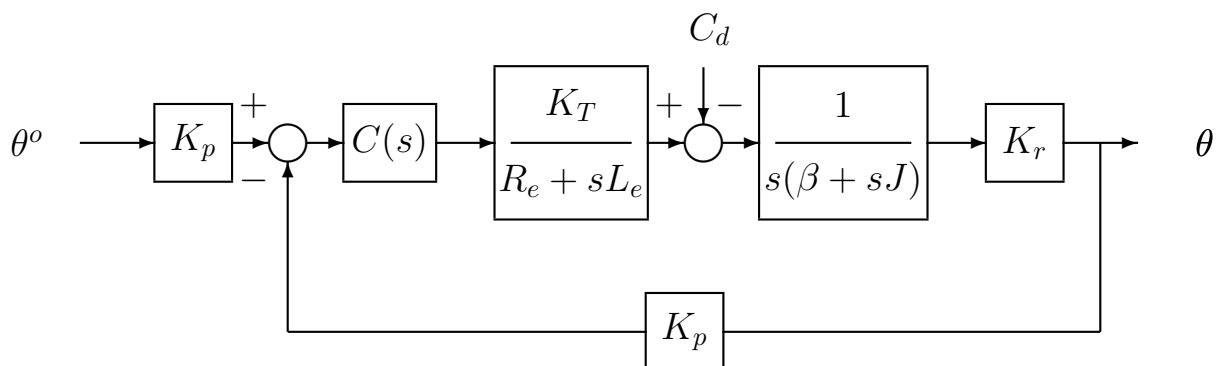
$$R_e = 1.5 \text{ [\Omega]}; \quad J = 2 \cdot 10^{-5} \text{ [kg} \cdot \text{m}^2\text{]}$$

SINTESI PER TENTATIVI: ESEMPIO

- Specifiche di controllo:

1. l'errore di inseguimento a regime corrispondente ad ingressi costanti sia nullo
2. l'errore di inseguimento a regime corrispondente ad una rampa unitaria sia non superiore a $e_r = 0.01$ [rad]
3. l'errore a regime corrispondente ad un disturbo di coppia costante, sull'asse del motore, di ampiezza pari a $C_d = 10^{-3}$ [kg · m² · s⁻²] sia non superiore a $e_d = 0.01$ [rad]
4. il tempo di salita t_s^o sia approssimativamente pari a 0.2 [s]
5. il picco di risonanza sia non superiore a $M_{r_{max}} = 3$ dB

- Schema a blocchi



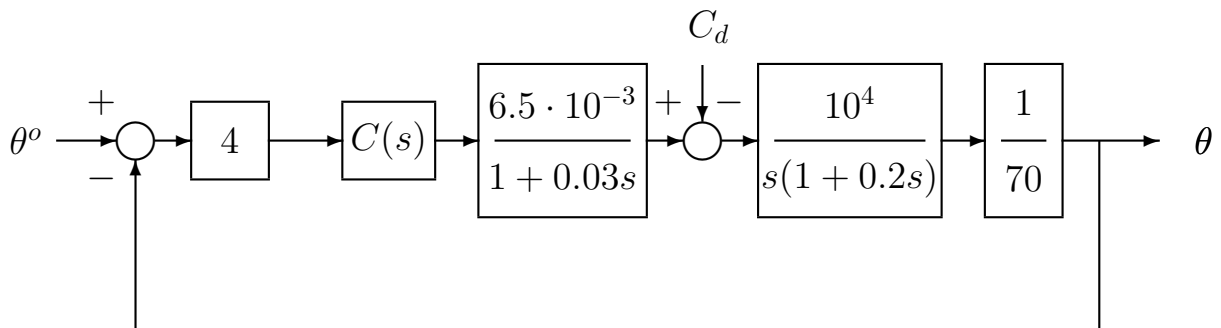
- Altri dati

$$\beta = 10^{-4} [\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]; \quad L_e = 0.045 [\text{H}]; \quad K_T = 9.7 \cdot 10^{-3} [\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \text{A}^{-1}]$$

SINTESI PER TENTATIVI: ESEMPIO

- Determinazione di K_D

– K_D è già assegnato e vale $1/K_p$



- Il processo ha già un polo in zero per cui risulta

$$h = 0$$

- K_c è fissato considerando le specifiche 2. e 3.

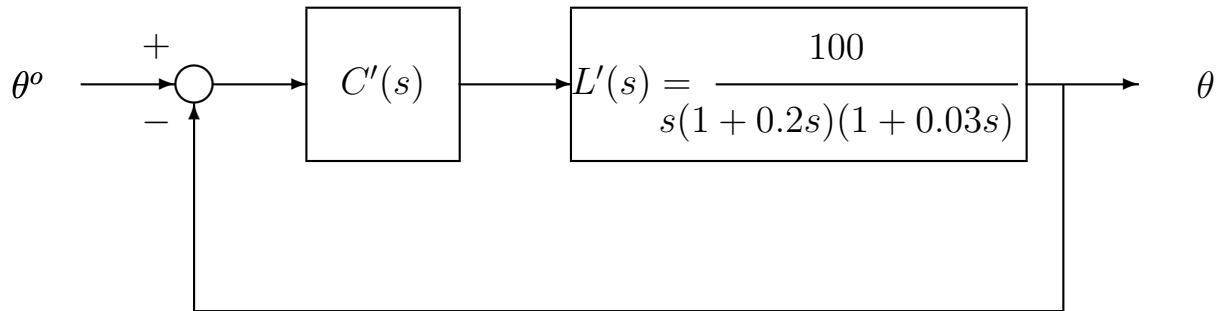
$$2. \rightarrow K_c \geq \frac{1}{e_r K_p K_m K_r} = 26.9$$

$$3. \rightarrow K_c \geq \frac{C_d}{e_d K_p K_m K_r \beta} = 3.85$$

– Scelta:

$$K_c = 27$$

SINTESI PER TENTATIVI: ESEMPIO

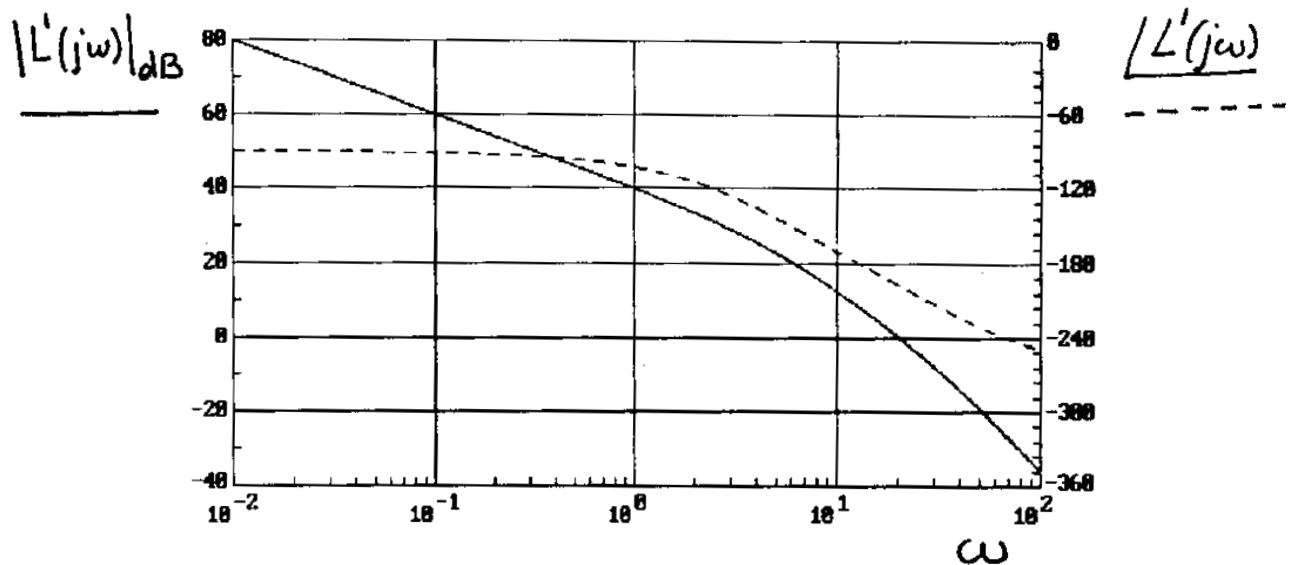


- Scelta di m_ϕ^o e ω_a^o

$$m_\phi^o = 45^\circ;$$

$$\omega_a^o = 10$$

- Diagrammi di Bode di $L'(j\omega)$

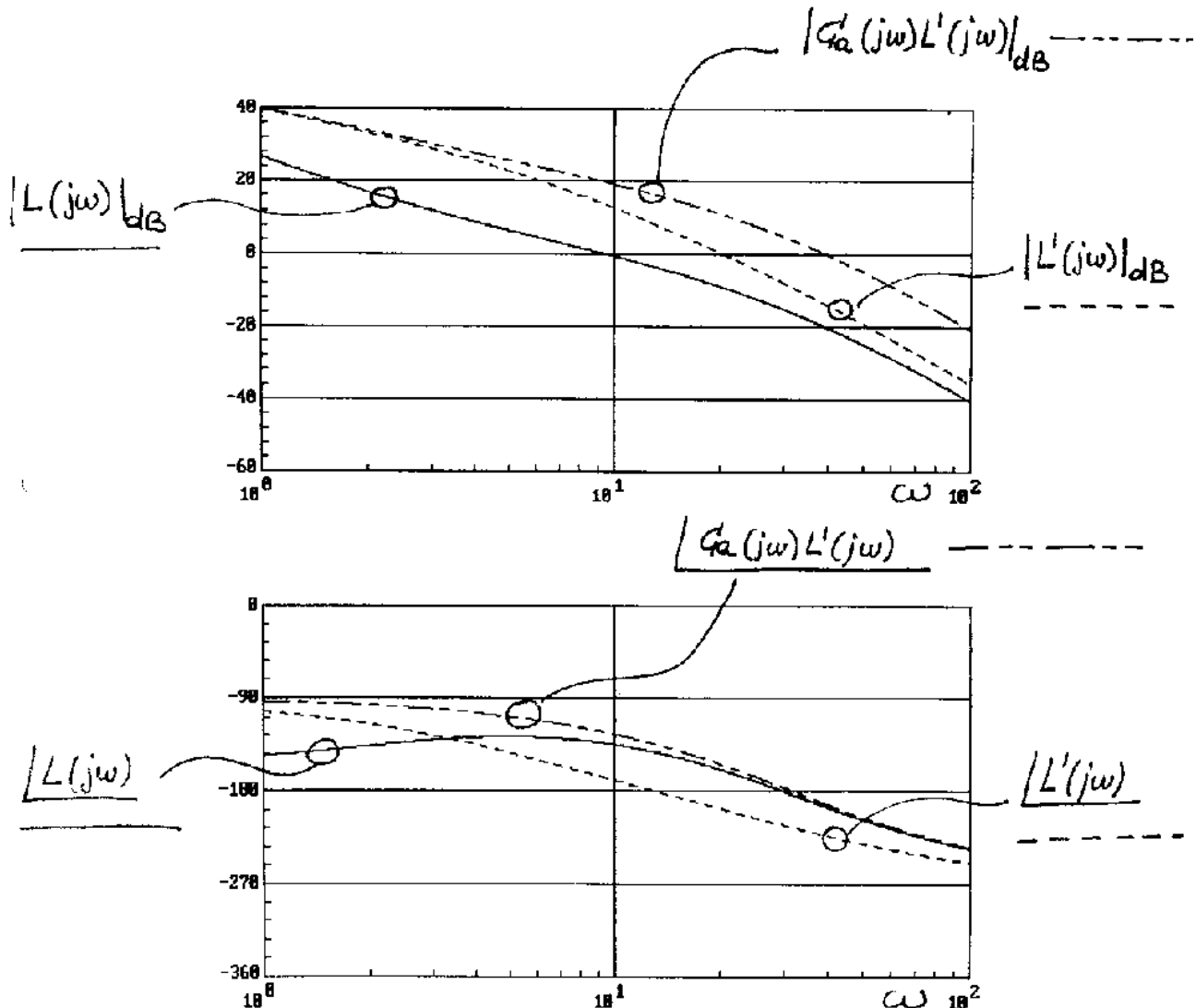


SINTESI PER TENTATIVI: ESEMPIO

- $C'(s)$ è data dal prodotto di una rete anticipatrice e una ritardatrice:

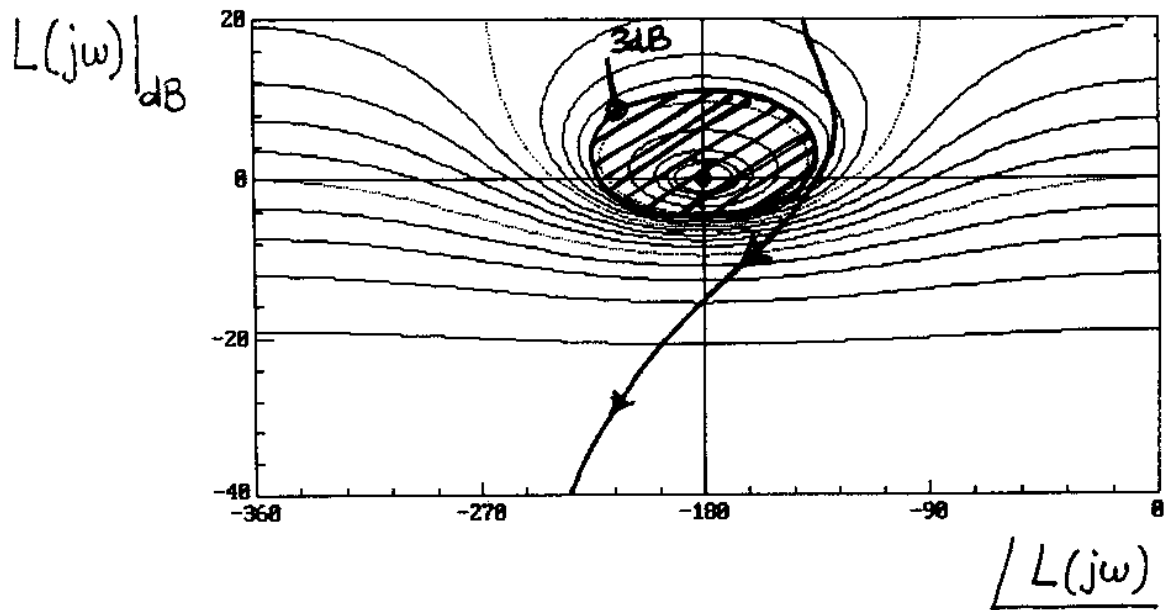
$$C'(s) = \underbrace{\frac{(1 + 0.2s)}{(1 + 0.033s)}}_{\text{ANT.: } m=6; \tau=0.2} \cdot \underbrace{\frac{(1 + 0.5s)}{(1 + 5s)}}_{\text{RIT.: } m=10; \tau=5}$$

- Diagrammi di Bode di $L(j\omega) = C'(j\omega)L'(j\omega)$

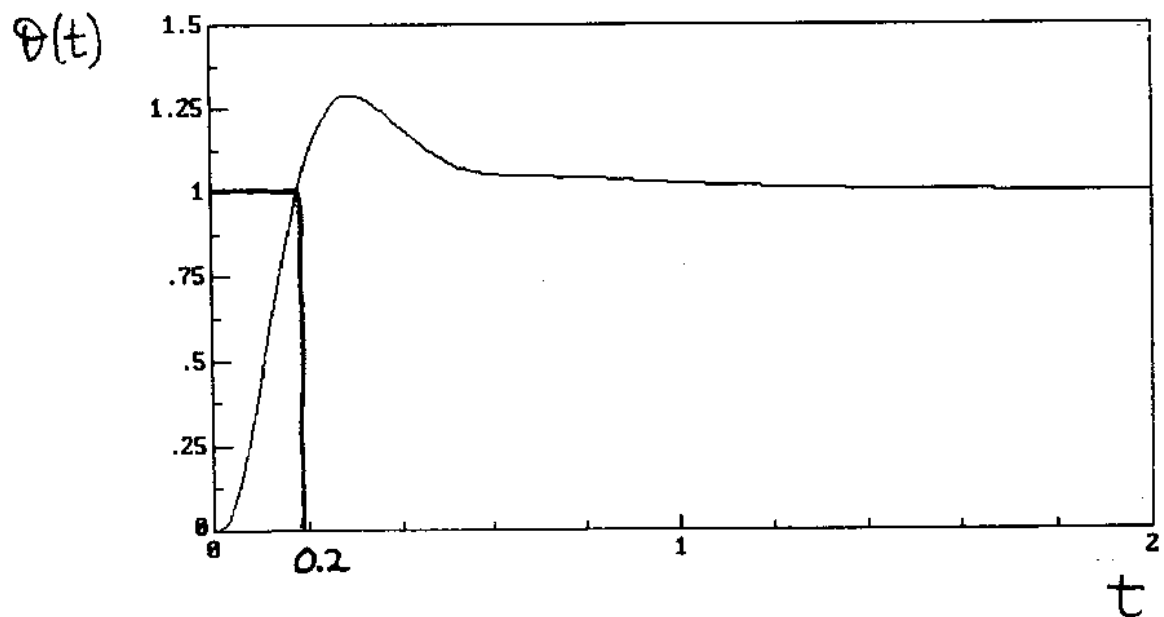


SINTESI PER TENTATIVI: ESEMPIO

- Verifica specifica sul picco di risonanza (carta di Nichols)

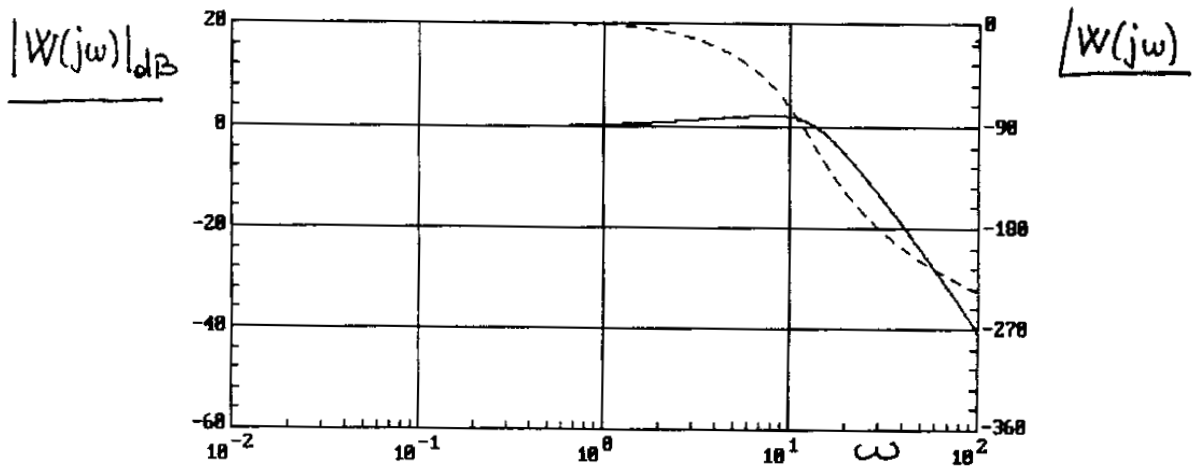


- Verifica specifica sul tempo di risposta (simulazione numerica)

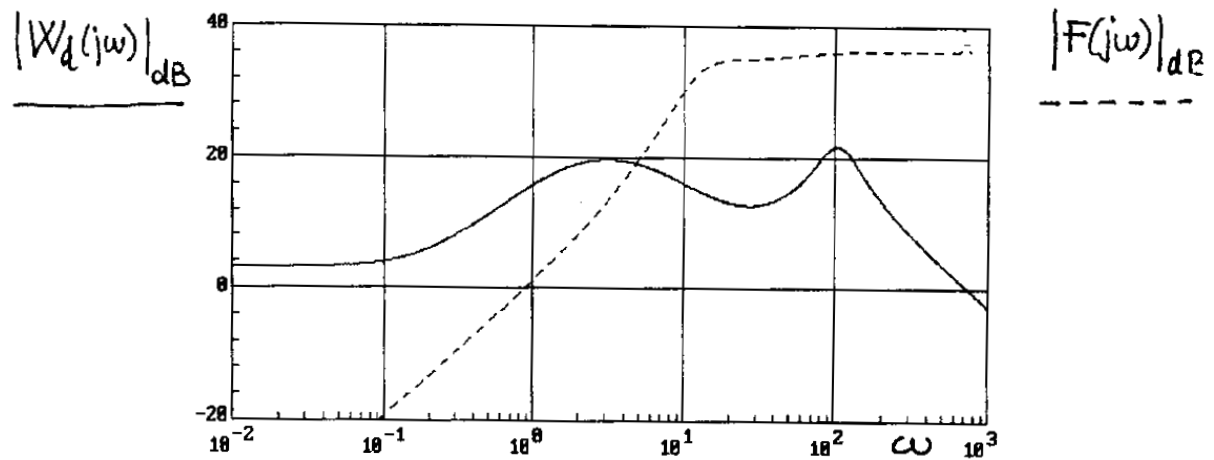


SINTESI PER TENTATIVI: ESEMPIO

- Diagrammi di Bode della $W(s)$

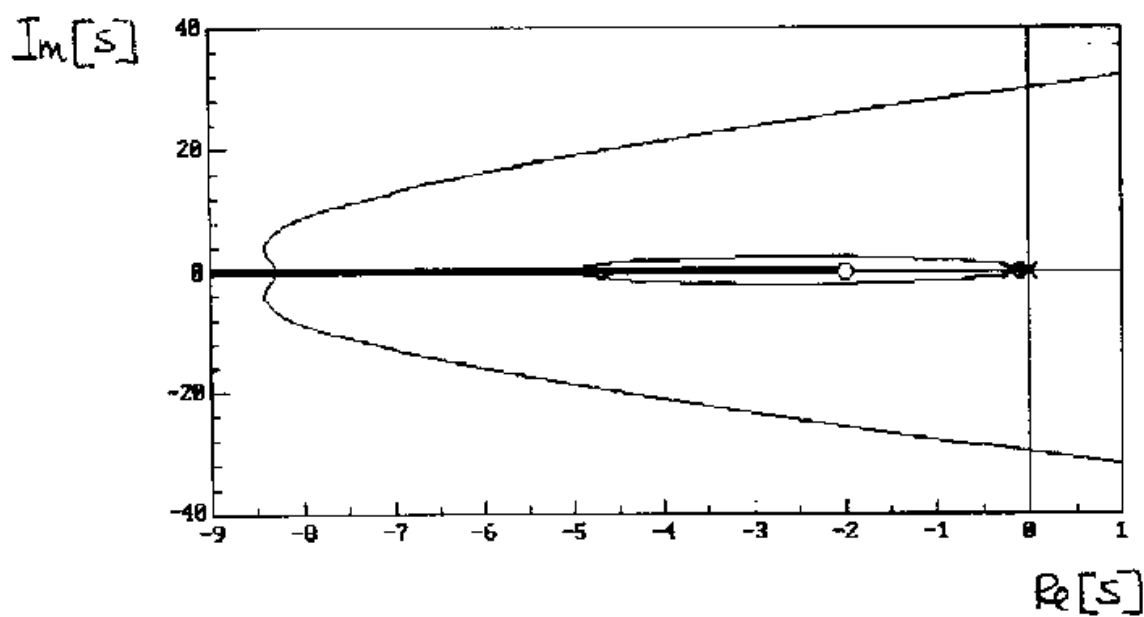
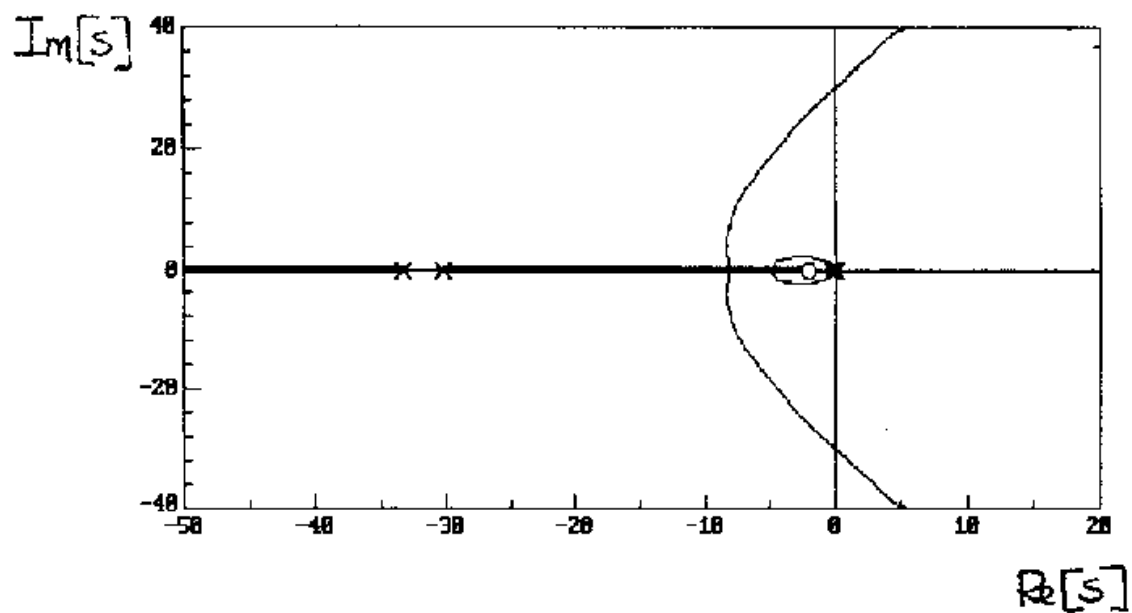


- Diagrammi di Bode della funzioni di trasferimento disturbo-uscita e riferimento-ingresso



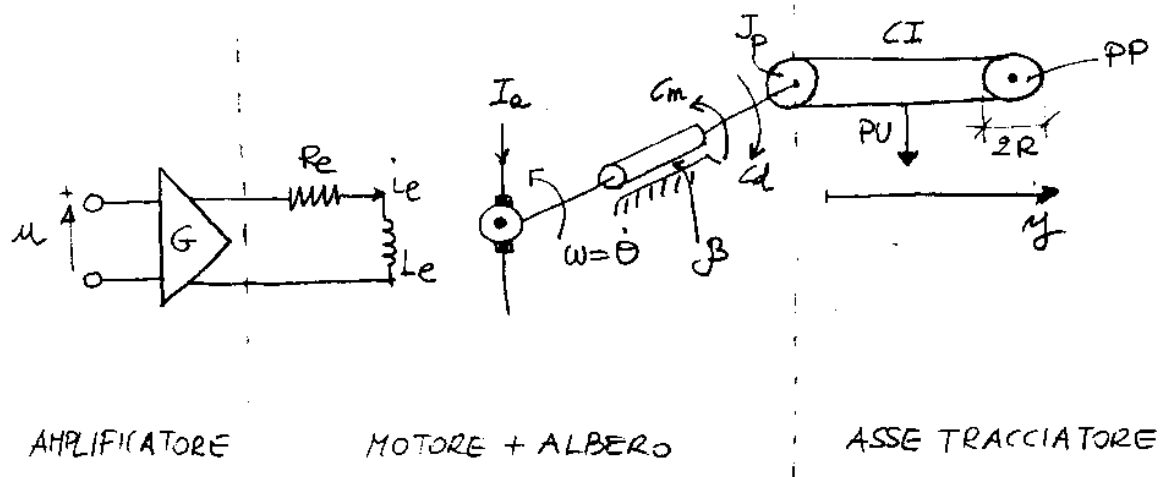
SINTESI PER TENTATIVI: ESEMPIO

- Luogo delle radici



TRACCIATORE GRAFICO X-Y

- Schema di un asse di un tracciatore grafico X-Y



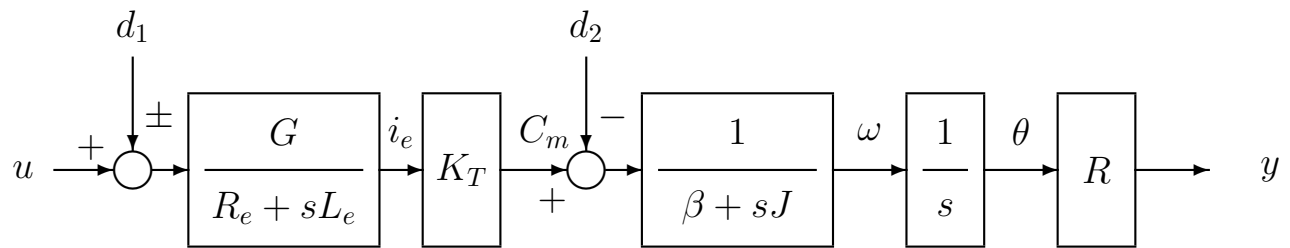
- Dati relativi all'amplificatore di tensione:
 - G = guadagno = 5 ;
 - d_1 = disturbo di offset sulla tensione = 0.002 [V];
- Dati relativi al motore in corrente continua controllato di campo (corrente di armatura costante) e all'albero:
 - R_e = resistenza dinamica del circuito eccitazione motore = 5 [Ω];
 - L_e = induttanza del circuito eccitazione motore = 1 [H];
 - K_T = costante di coppia del motore = 5 [$N \cdot m \cdot A^{-1}$];
 - J_m = momento di inerzia rotore + albero = 0.15 [$Kg \cdot m^2$];
 - β = coefficiente di attrito dell'albero = 0.25 [$N \cdot m \cdot s$];
 - d_2 = disturbo di coppia = 0.005 [$N \cdot m$].

TRACCIATORE GRAFICO X-Y

- Dati relativi all'asse del tracciatore grafico:
 - J_p = momento di inerzia della puleggia $PP = 0.05 [Kg \cdot m^2]$;
 - R = raggio della puleggia $PP = 0.025 [m]$;
 - CI = cinghia inestensibile;
 - PU = punta tracciante.
- Specifiche.
 1. K_D = fattore di proporzionalità riferimento-uscita = $1 [mV^{-1}]$;
 2. e_r = errore di inseguimento a regime alla rampa unitaria $\leq 0.05 [m]$;
 3. e_d = errore a regime dovuto ai disturbi d_1 e $d_2 \leq 10^{-4} [m]$;
 4. $-3 \text{ dB} \leq |W(j\omega)|_{\text{dB}} \leq 3 \text{ dB}$ per $0 \leq \omega \leq 4 [rad \cdot s^{-1}]$;
 5. $|F(j\omega)|_{\text{dB}} \leq 35 \text{ dB}$ per $\omega > 4 [rad \cdot s^{-1}]$.
- Nota: $W(s)$ è la funzione di trasferimento fra il riferimento e la posizione di PU , mentre $F(s)$ è la funzione di trasferimento fra il riferimento e la tensione di ingresso dell'amplificatore.

TRACCIATORE GRAFICO X-Y

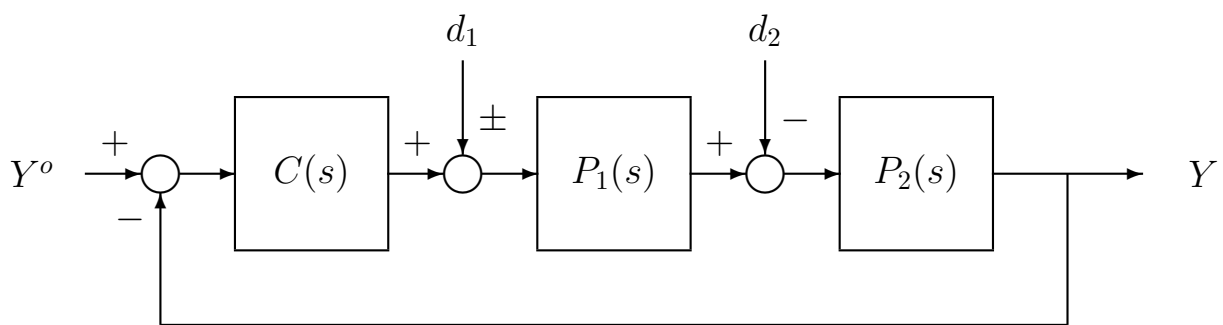
- Schema a blocchi dell'impianto completo



- Nota:

$$J = J_m + 2J_p$$

- Schema a blocchi sistema di controllo ($K_D = 1$)



- Nota:

$$P_1(s) = \frac{GK_T}{R_e} \frac{1}{1 + s\tau_e};$$

$$P_2(s) = \frac{R}{\beta} \frac{1}{s(1 + s\tau_m)}$$

TRACCIATORE GRAFICO X-Y

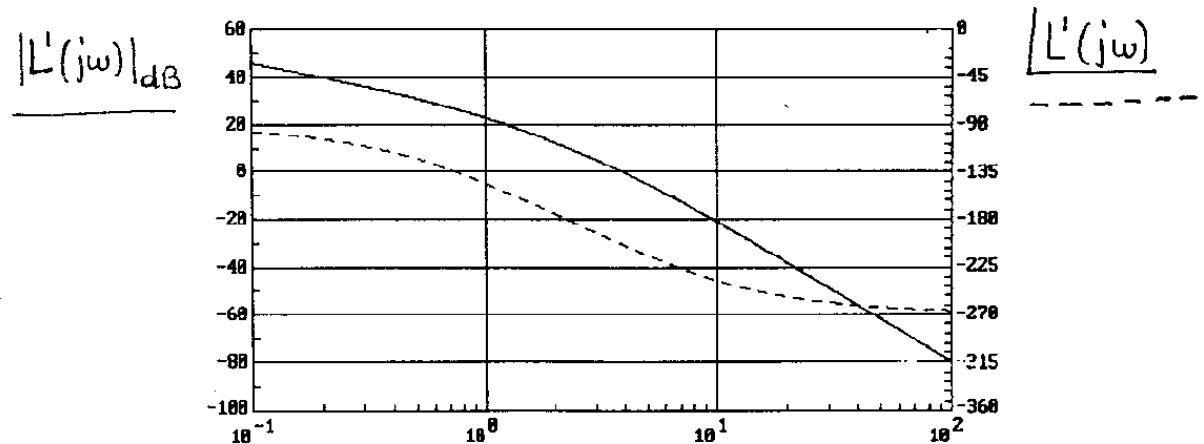
- Calcolo di h e K_c dalle specifiche di precisione (2. e 3.):

$$h = 0; \quad K_c \geq 40$$

- Determinazione della $C'(s)$ dalla specifica 4.

$$\left\{ \begin{array}{ll} B_3^o = 4 \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}] & \implies \omega_a^o = 2.5 \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}] \\ M_{r_{max}} = 3 \text{ dB} & \implies \underline{m}_\phi = 40^\circ \quad (m_\phi^o = 45^\circ) \end{array} \right.$$

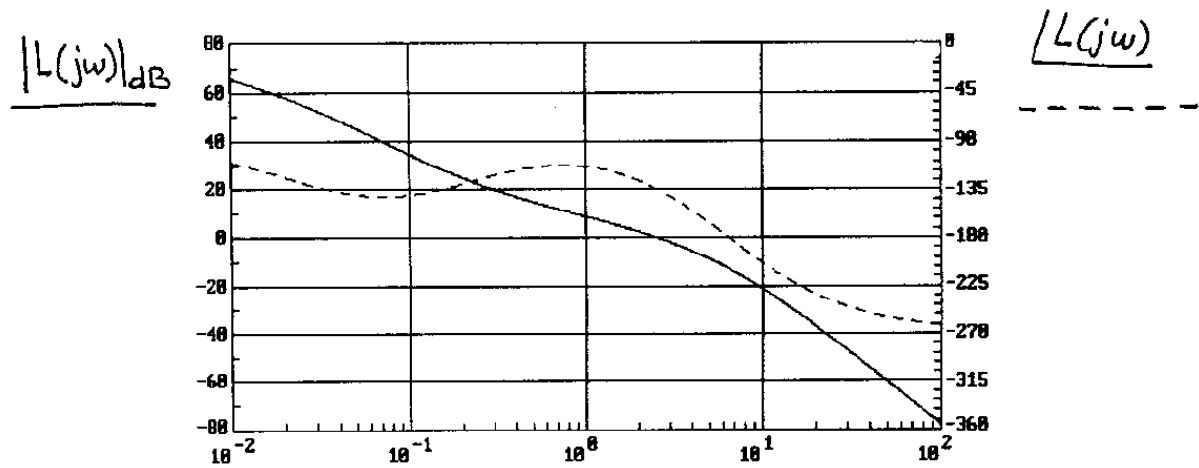
- Diagrammi di Bode guadagno d'anello non compensato



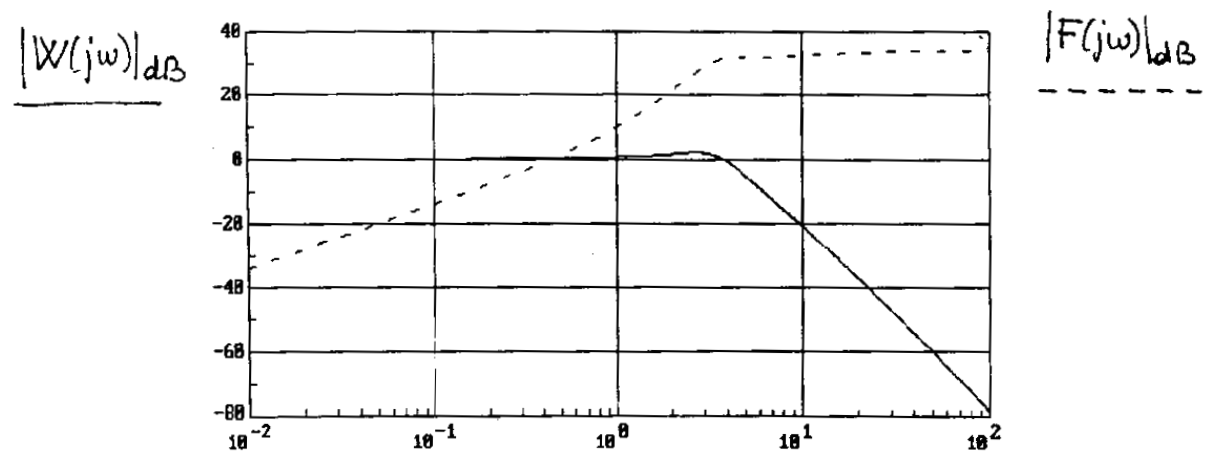
$$C'(s) = \underbrace{\frac{(1 + 1.2s)}{(1 + 0.12s)}}_{\text{ANT.: } m=10; \tau=1.2} \cdot \underbrace{\frac{(1 + 5s)}{(1 + 40s)}}_{\text{RIT.: } m=8; \tau=40}$$

TRACCIATORE GRAFICO X-Y

- Diagrammi di Bode guadagno d'anello compensato



- Verifica condizioni 4. e 5. (diagrammi di Bode di $W(s)$ e $F(s)$)

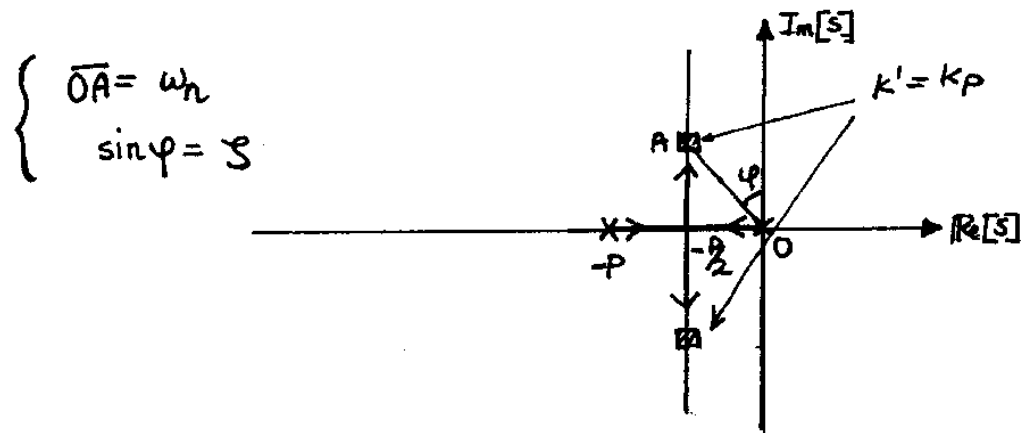


INTERPRETAZIONE RETI CORRETTRICI CON IL L.D.R.

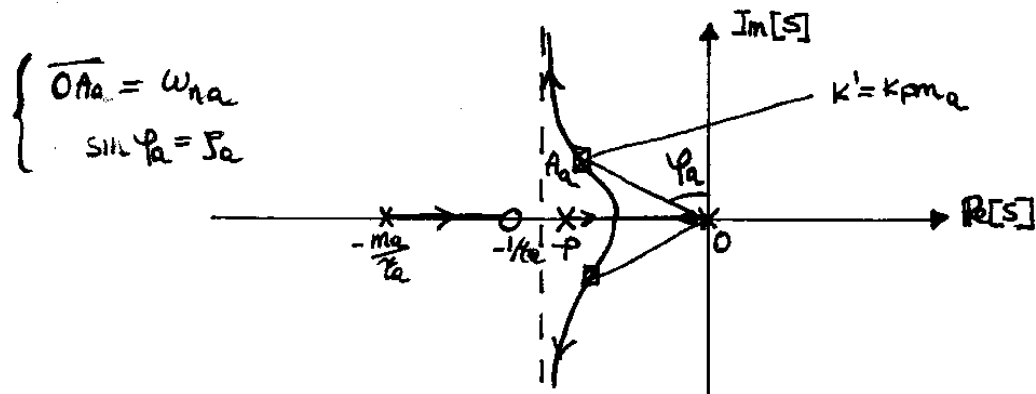
- Sistema di tipo 1 con polo reale (impianto tipico)

$$L'(s) = \frac{K}{s(1 + s/p)}, \quad K, p > 0$$

- Luogo delle radici di $L'(s)$

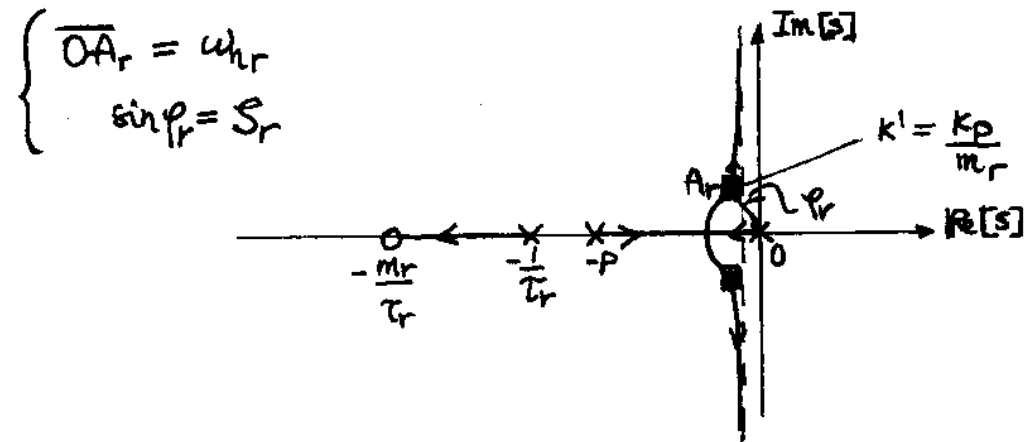


- Luogo delle radici di $C'_a(s)L'(s)$ ($C'_a(s)$ è definita da m_a e τ_a)



INTERPRETAZIONE RETI CORRETTRICI CON IL L.D.R.

- Luogo delle radici di $C'_r(s)L'(s)$ ($C'_r(s)$ è definita da m_r e τ_r)



- Effetto sui parametri della risposta al gradino del sistema ad anello chiuso delle due reti corretttrici.

– rete anticipatrice:

$$\zeta_a > \zeta,$$

aumento margine di stabilità

$$\omega_{na} > \omega_n,$$

aumento banda del sistema

– rete ritardatrice:

$$\zeta_r < \zeta,$$

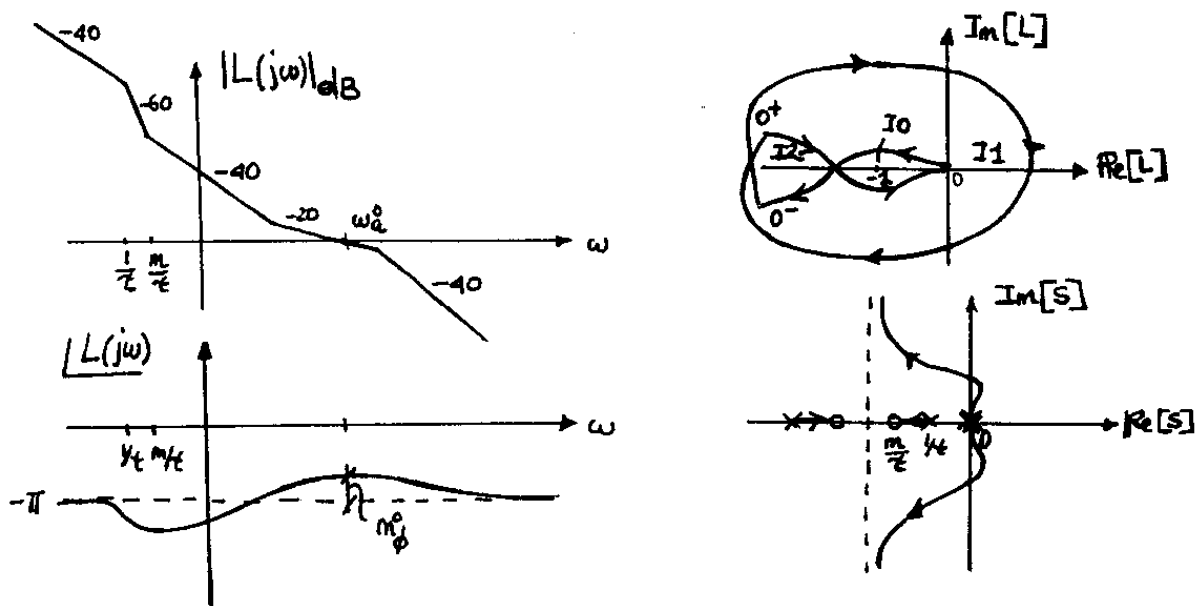
diminuzione margine di stabilità

$$\omega_{nr} < \omega_n,$$

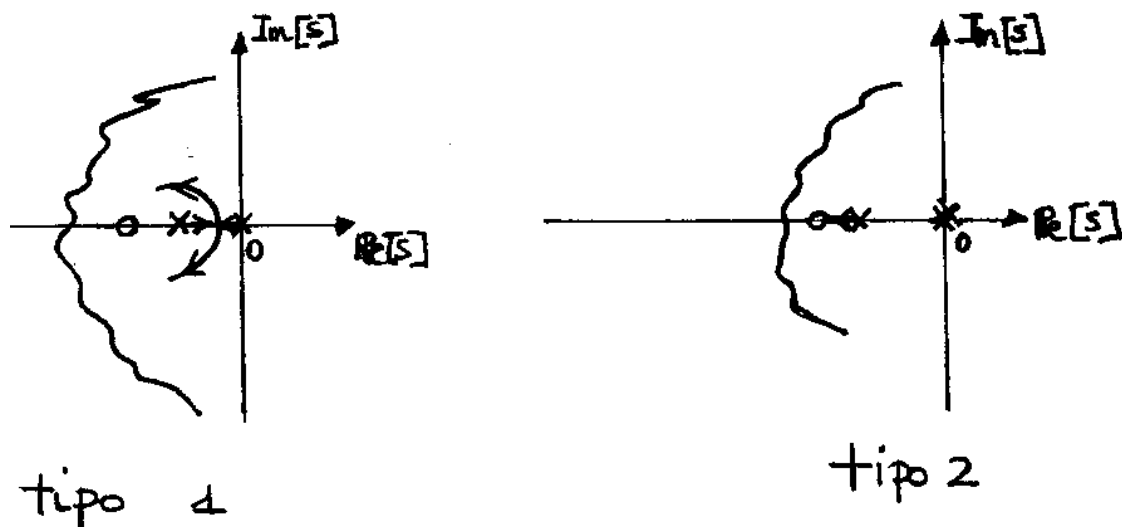
diminuzione banda del sistema

EFFETTI RETE INTEGRATIVA (RITARDATRICE)

- Instabilità a seguito di una diminuzione del guadagno di Bode
 - Sistemi di tipo 2: analisi con Nyquist, Bode e luogo delle radici



- Effetto coda: valore elevato del tempo di assestamento.



EFFETTI RETE DERIVATIVA (ANTICIPATRICE)

- Esaltazione dei disturbi in ingresso all'impianto.

- Funzione di trasferimento riferimento-ingresso impianto:

$$F(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s)P(s)H(s)}$$

- Comportamento alle alte frequenze:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} |F(j\omega)|_{\text{dB}} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} |C(j\omega)|_{\text{dB}}$$

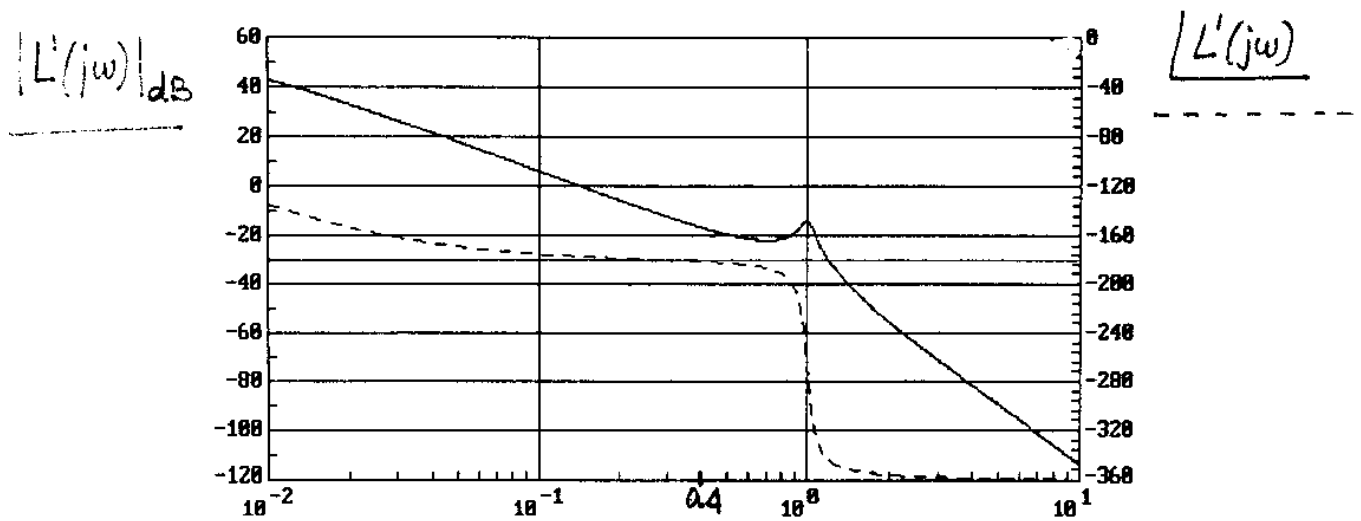
- Se $C(s) = K_c C'_a(s) C'_r(s)$ risulta

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} |C(j\omega)|_{\text{dB}} = 20 \log_{10} K_c + \underbrace{20 \log_{10} m_a}_{\text{Antic.}} - \underbrace{20 \log_{10} m_r}_{\text{Ritar.}}$$

SINTESI PER TENTATIVI: CASI NON STANDARD

- Sistemi con più pulsazioni di attraversamento. Esempio:

$$L'(s) = \frac{0.2}{s(1+10s)} \frac{1}{1+2\zeta s + s^2}, \quad \zeta = 0.05$$



- Specifiche: ω_a^o e m_ϕ^o

– (I): $\omega_a^o < 0.4$

– (II): $\omega_a^o > 0.4$

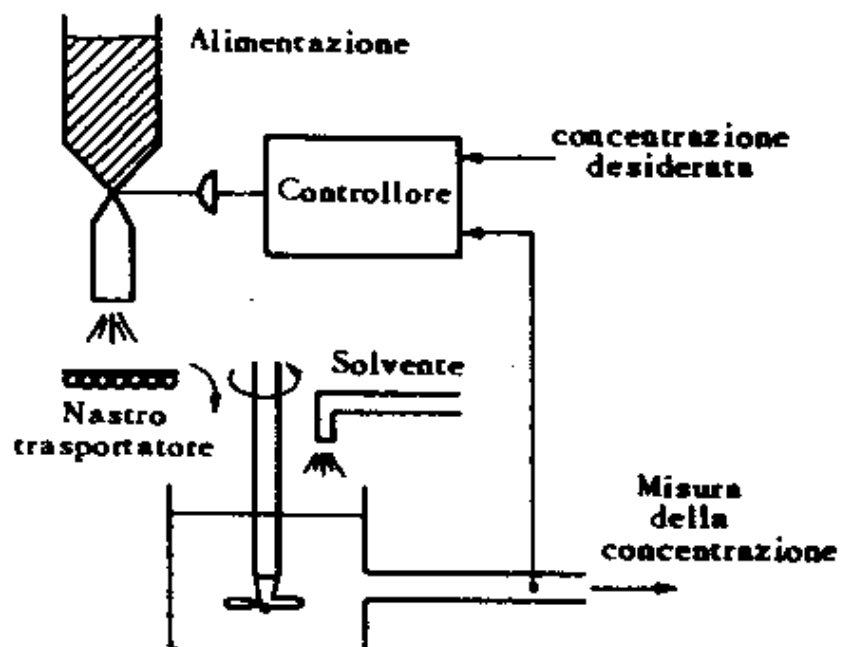
SINTESI PER TENTATIVI: CASI NON STANDARD

- Sistemi stabili con zeri a parte reale maggiore di zero.
- Le relazioni per il passaggio da specifiche ad anello chiuso (tempo-frequenza) a specifiche sull'anello aperto hanno un grado di approssimazione minore. Esempio:

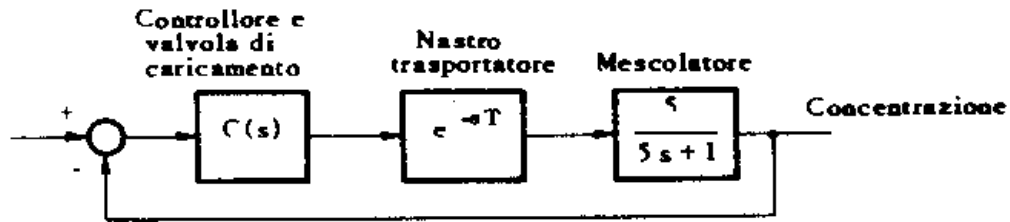
$$L(s) = \underbrace{\frac{0.5(1 + 0.5s)}{s(1 + 0.025s)}}_{C(s)} \cdot \underbrace{\frac{(1 - s)}{(1 + 0.5s)}}_{P(s)}$$

$$\omega_a \approx 0.6; \quad B_3 \approx 20; \quad t_{s\%} = 2.1$$

- Un caso speciale: sistemi con un elemento di ritardo.



SINTESI PER TENTATIVI: CASI NON STANDARD



- Dati

$$T = 2 \text{ [s]}$$

- Specifiche

$$m_{\phi}^o = 30^o; \quad \omega_a^o = 1; \quad K_c = 1;$$

- Una soluzione

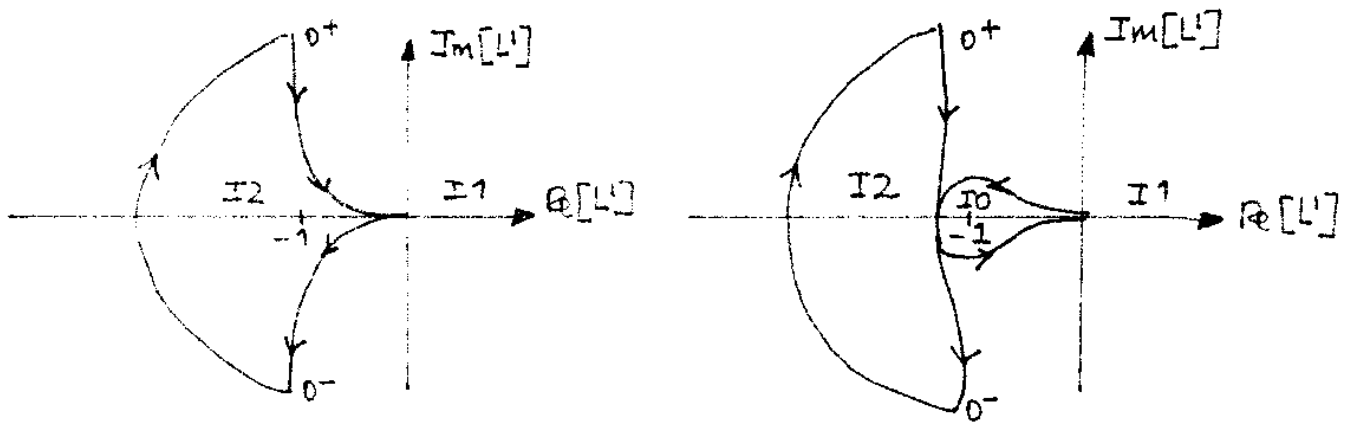
$$C(s) = \underbrace{\frac{(1+3s)}{(1+0.375s)}}_{\text{ANT.: } m=8; \tau=3} \cdot \underbrace{\frac{(1+6.67s)}{(1+20s)}}_{\text{RIT.: } m=3; \tau=20}$$

SINTESI PER TENTATIVI: CASI NON STANDARD

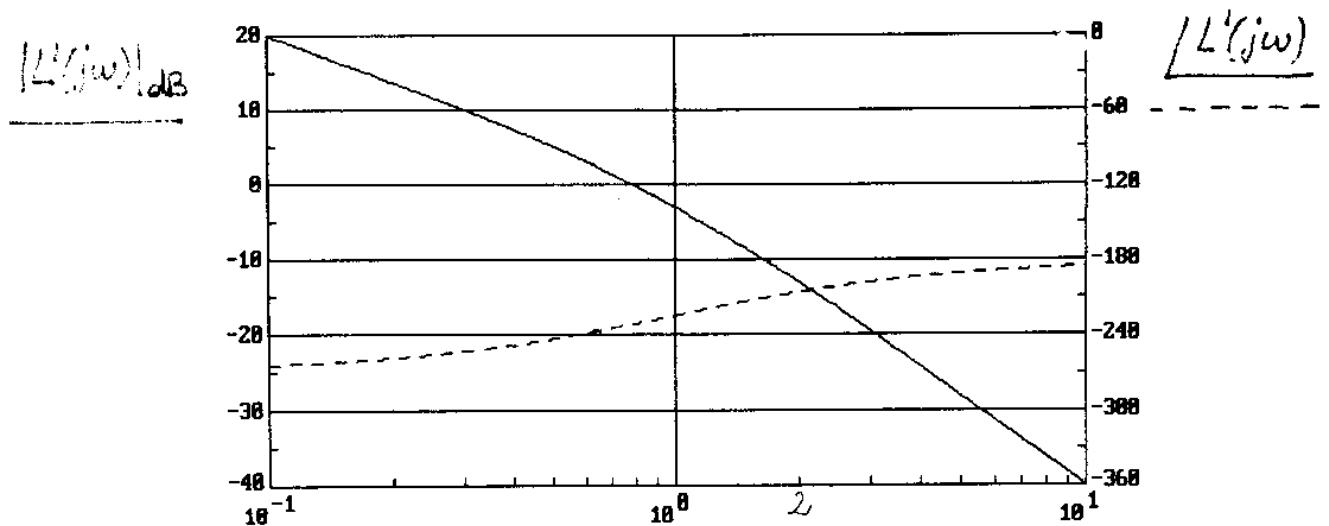
- Sistemi instabili ad anello aperto. Esempio:

$$L'(s) = \frac{1}{s(s-1)}$$

- Diagramma di Nyquist e sua modifica.



- Diagrammi di Bode di $L'(s)$



SINTESI PER TENTATIVI: CASI NON STANDARD

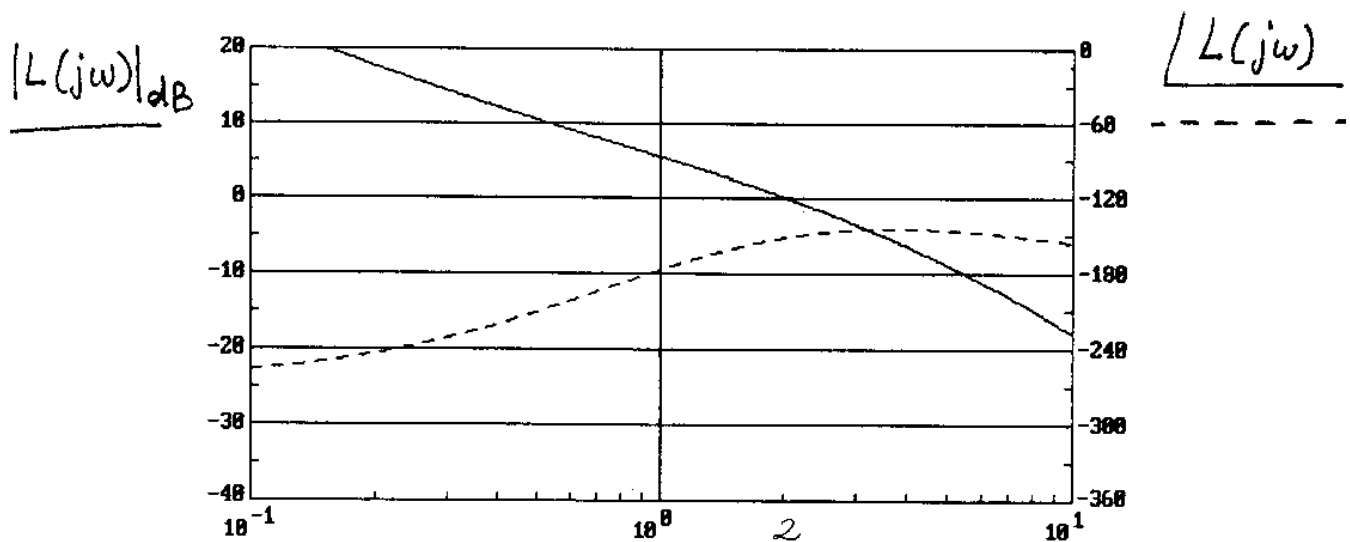
- Specifiche:

$$\omega_a^o = 2, \quad m_\phi^o = 30^\circ$$

- Compensatore:

$$C(s) = 1.5 \frac{1 + 1.5s}{1 + 0.15s}, \quad \text{Antic.: } m = 10; \tau = 1.5$$

- Verifica diagrammi di Bode guadagno d'anello compensato.



- Sistemi con poli e zeri a parte reale maggiore di zero: talvolta si deve ricorrere a compensatori instabili.