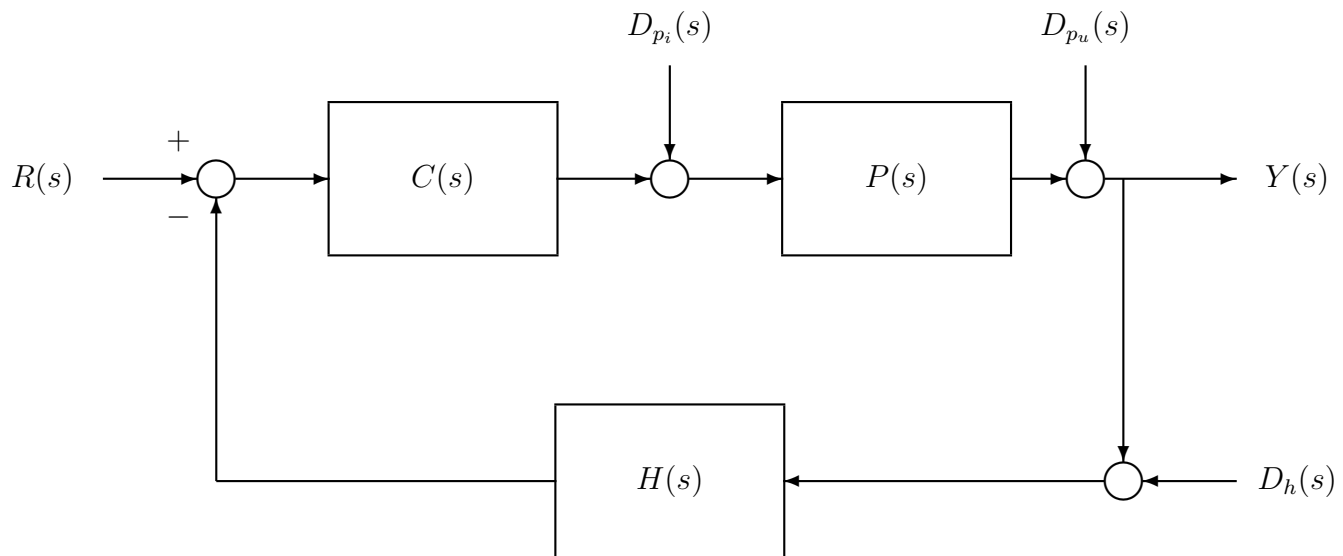


SISTEMI DI CONTR. IN RETROAZ.: RISPOSTA FORZATA



- Ipotesi: sistema stabile internamente.
- Problema della risposta forzata:
 - assegnata una configurazione di segnali di ingresso $\{r(t), d_{pi}(t), d_{pu}(t), d_h(t)\}$, determinare sotto quali condizioni la risposta forzata $y(t)$ ha un andamento desiderato $y^0(t)$, ovvero

$$y(t) = y^0(t), \quad \forall t$$

- Un problema più semplice: risposta di regime.

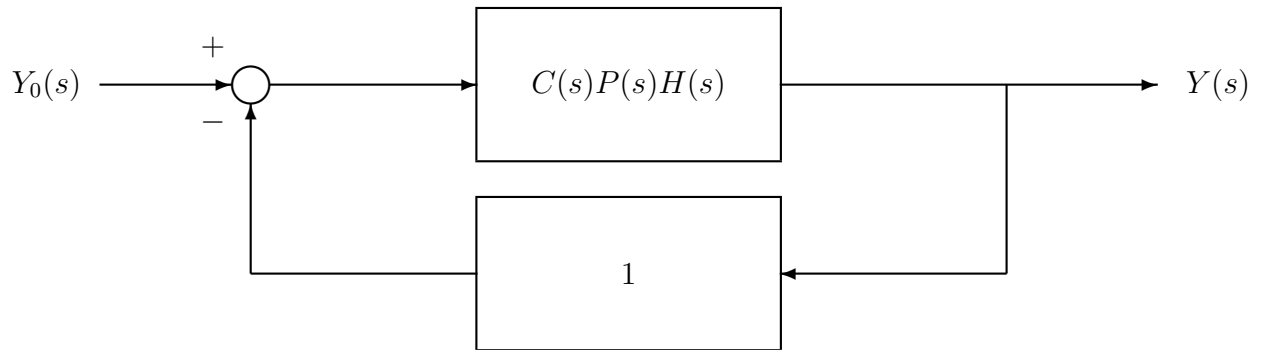
$$\lim_{t \rightarrow \infty} y^o(t) - y(t) = 0$$

SISTEMI DI CONTR. IN RETROAZ.: RISPOSTA DI REGIME

- Esempio (I). Problema di inseguimento.

$$d_{p_i}(t) = 0; \quad d_{p_u}(t) = 0; \quad d_h(t) = 0; \quad R(s) = H(s)Y^0(s).$$

- Schema a blocchi equivalente



- Condizione di regime:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y^0(t) - y(t) = 0$$

\Leftrightarrow

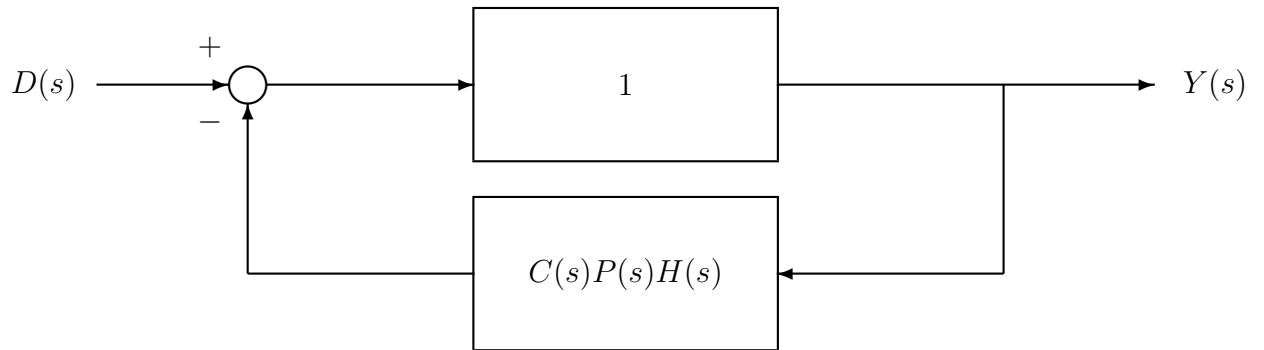
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{1 + C(s)P(s)H(s)} Y^0(s) \right\} = 0$$

SISTEMI DI CONTR. IN RETROAZ.: RISPOSTA DI REGIME

- Esempio (II). Problema di reiezione dei disturbi.

$$d_{pu}(t) = d(t); \quad d_{pi}(t) = 0; \quad d_h(t) = 0; \quad r(t) = 0; \quad y^0(t) = 0.$$

- Schema a blocchi equivalente



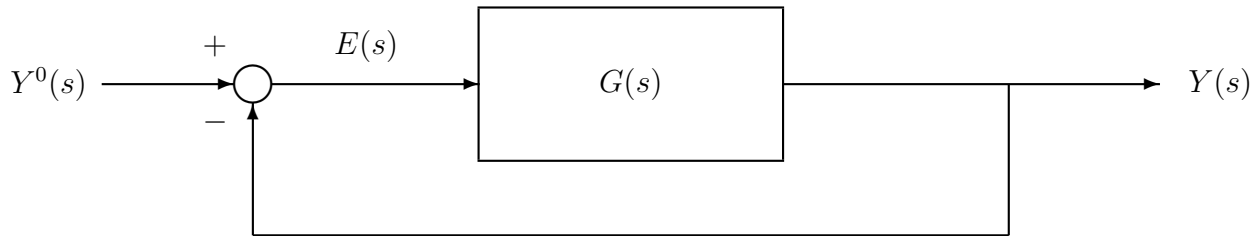
- Condizione di regime:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$$

\Leftrightarrow

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{1 + C(s)P(s)H(s)} D(s) \right\} = 0$$

PROBLEMA DI INSEGUIMENTO E TIPO DI UN SISTEMA



- Segnali di ingresso canonici.

$$Y_k^0(s) = \frac{A}{s^{k+1}}, \quad k \geq 0$$

- Risultato:

– l'errore a regime corrispondente all'ingresso canonico $y_k^0(t)$, ovvero:

$$e_{\infty,k} \doteq \lim_{t \rightarrow \infty} e_k(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} y_k^0(t) - y_k(t)$$

è limitato se $G(s)$ ha la forma

$$G(s) = \frac{K}{s^h} G'(s)$$

dove $G'(0) = 1$ e $h \geq k$.

In particolare, $e_{\infty,k}$ è nullo se $h > k$.

- Un sistema in retroazione unitaria si dice di tipo h se $G(s)$ ha h poli nell'origine.

RELAZIONE FRA TIPO E ERRORE A REGIME

- Sistema di tipo 0:

$$G(s) = K_p G'(s) \quad \begin{cases} e_{\infty,0} = \frac{A}{1+K_p} \\ e_{\infty,k} = \infty \end{cases} \quad k > 0$$

- Sistema di tipo 1:

$$G(s) = \frac{K_v}{s} G'(s) \quad \begin{cases} e_{\infty,0} = 0 \\ e_{\infty,1} = \frac{A}{K_v} \\ e_{\infty,k} = \infty \end{cases} \quad k > 1$$

- Sistema di tipo 2:

$$G(s) = \frac{K_a}{s^2} G'(s) \quad \begin{cases} e_{\infty,k} = 0 & k \leq 1 \\ e_{\infty,2} = \frac{A}{K_a} \\ e_{\infty,k} = \infty & k > 2 \end{cases}$$

- Tabella riepilogativa (errore a regime relativo: $e_{\infty,k}/A$)

	$h = 0$	1	2	\dots	l	\dots
$k = 0$	$[1 + K]^{-1}$	0	0	\dots	0	\dots
1	∞	K^{-1}	0	\dots	0	\dots
2	∞	∞	K^{-1}	\dots	0	\dots
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots
l	∞	∞	∞	\dots	K^{-1}	\dots
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots

GENERALIZZAZIONE PROBLEMA DI INSEGUIMENTO



- Struttura segnale di ingresso:

$$Y^0(s) = \frac{N(s)}{Q_-(s)Q_+(s)}$$

dove $Q_-(s)$ ($Q_+(s)$) contiene tutti i poli a parte reale minore di zero (maggiore o uguale a zero) di $Y^0(s)$.

- Risultato (principio del modello interno):

– l'errore a regime corrispondente all'ingresso $y^0(t)$, ovvero:

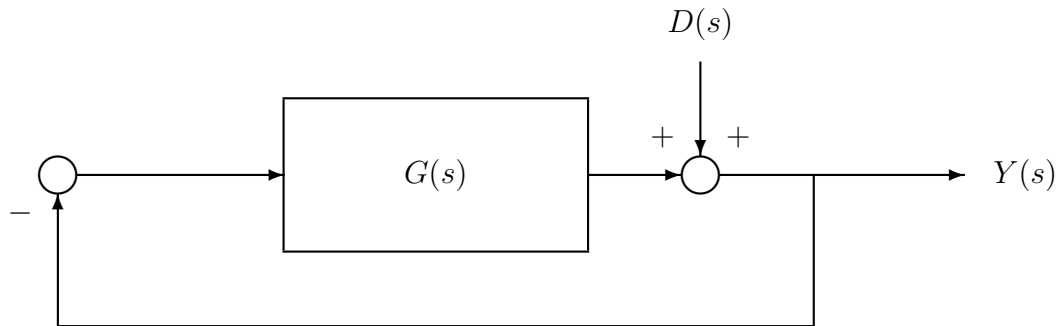
$$e_\infty \doteq \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} y^0(t) - y(t)$$

è nullo se $G(s)$ ha la forma

$$G(s) = \frac{K}{Q_+(s)} G'(s)$$

dove $G'(0) = 1$.

PROBLEMA DI REIEZIONE DEI DISTURBI



- Struttura del disturbo:

$$D(s) = \frac{N(s)}{Q_-(s)Q_+(s)}$$

dove $Q_-(s)$ ($Q_+(s)$) contiene tutti i poli a parte reale minore di zero (maggiore o uguale a zero) di $D(s)$.

- Risultato (principio del modello interno):

– l'errore a regime dovuto al disturbo $d(t)$, ovvero:

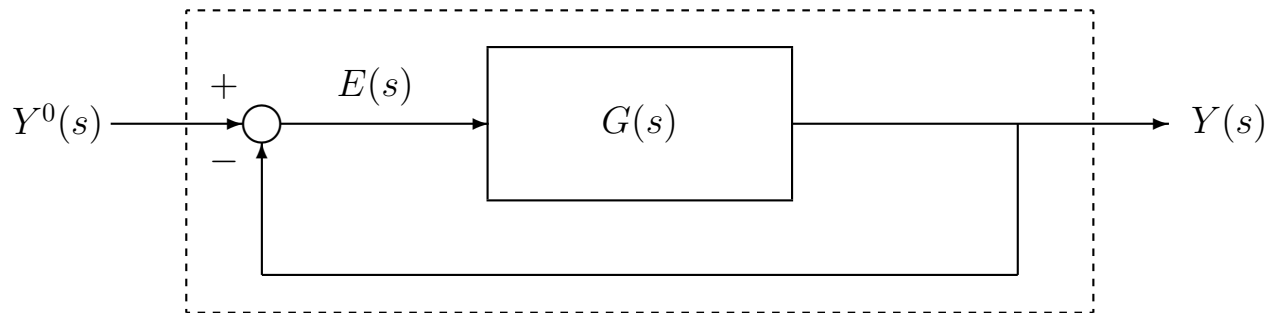
$$y_\infty \doteq \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$$

è nullo se $G(s)$ ha la forma

$$G(s) = \frac{K}{Q_+(s)} G'(s)$$

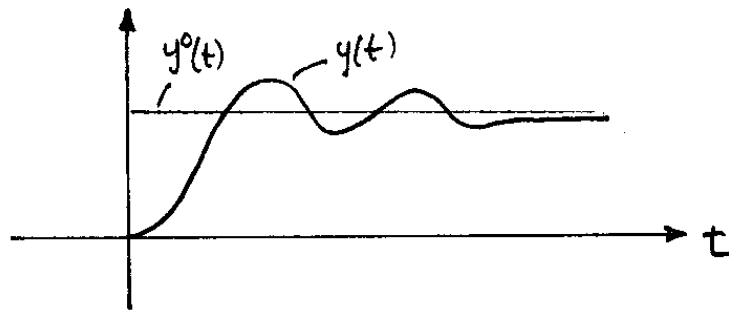
dove $G'(0) = 1$.

SIST. DI CONTROLLO IN RETROAZIONE: TRANSITORIO

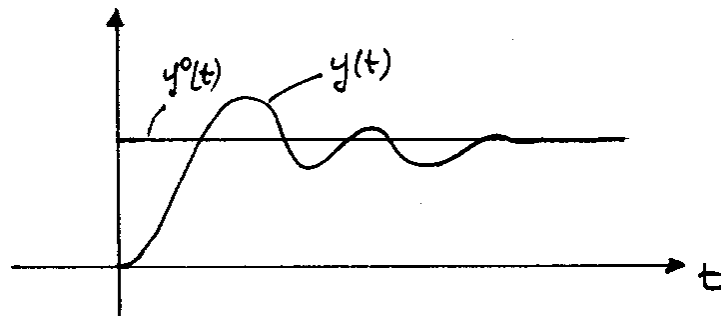


- Risposta al gradino di un sistema in retroazione unitaria stabile internamente.

– (I). $G(s)$ di tipo 0 (errore a regime non nullo!)



– (II). $G(s)$ almeno di tipo 1



SIST. DI CONTROLLO IN RETROAZIONE: TRANSITORIO

- Problema:

- valutazione dei parametri caratteristici della risposta al gradino del sistema ad anello chiuso: massima sovraelongazione, \hat{s} , tempo di ritardo, t_r , tempo di salita, $t_{s\%}$ e t_s , tempo di assestamento, t_a , istante di massima sovraelongazione, t_m

- Tipo di soluzione:

- determinare tali parametri utilizzando soltanto la risposta in frequenza della catena diretta, i.e. $G(j\omega)$.

PARAMETRI DEL TRANSITORIO VS. $G(j\omega)$

- Passo I: passaggio dal dominio del tempo al dominio della frequenza.
 - Determinare le relazioni fra i parametri caratteristici del transitorio e i parametri della risposta in frequenza di $W(s)$, ovvero il picco di risonanza, M_r , la pulsazione di risonanza, ω_r , la banda a 3dB, B_3 .
- Relazione approssimate genericamente valide per sistemi ad anello chiuso con due poli dominanti complessi.
 - Relazione fra sovraelongazione e modulo alla risonanza.

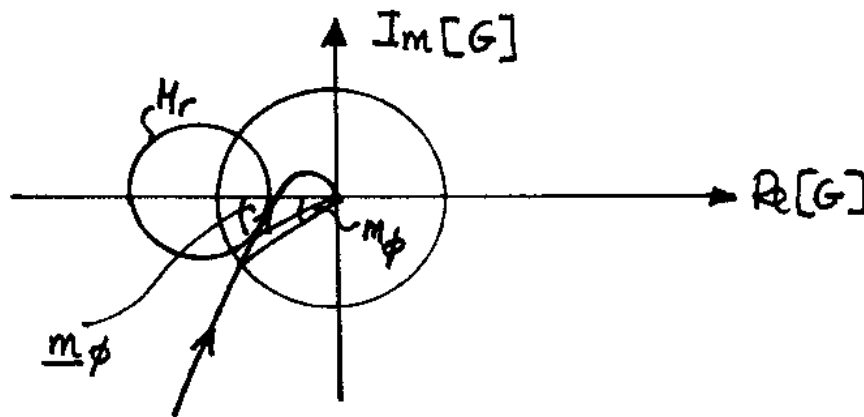
$$\frac{1 + \hat{s}}{M_r} \approx [0.85, 1]$$

- Relazione fra tempo di salita e banda a 3dB.

$$t_s B_3 \approx 3$$

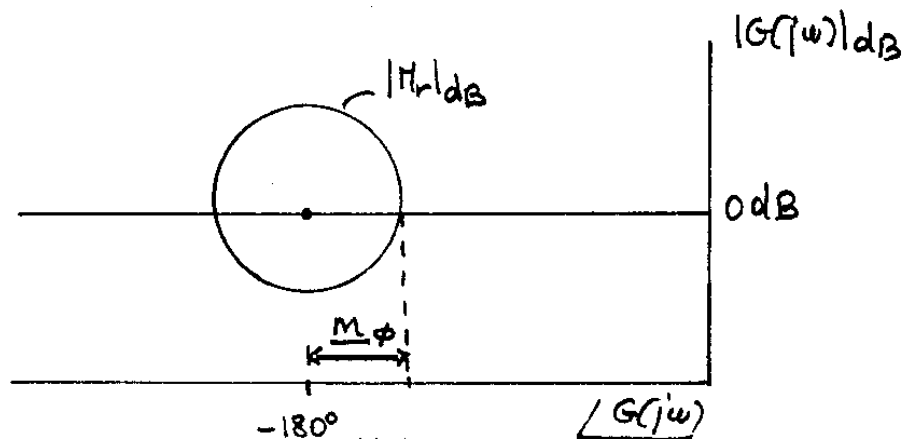
PARAMETRI DEL TRANSITORIO VS. $G(j\omega)$

- Passo II: passaggio da anello chiuso ad anello aperto.
 - Determinare le relazioni fra i parametri B_3 e M_r della risposta in frequenza di $W(s)$ e la risposta in frequenza $G(j\omega)$ del blocco in catena diretta.
- Relazione approssimata (per sistemi comuni) fra il modulo alla risonanza M_r di $W(s)$ e il margine di fase m_ϕ di $G(s)$.
 - Utilizzo dei cerchi a M costante.



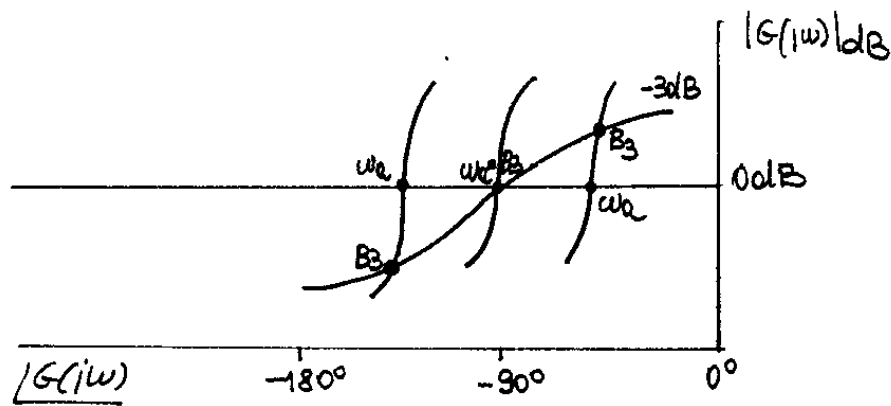
$$m_\phi \geq \underline{m}_\phi \doteq \arccos\left(1 - \frac{1}{2M_r^2}\right)$$

- Uso della carta di Nichols (M_r in dB).



PARAMETRI DEL TRANSITORIO VS. $G(j\omega)$

- Relazione approssimata (per sistemi comuni) fra la banda a 3dB B_3 di $W(s)$ e la pulsazione di attraversamento ω_a di $G(s)$.
- La relazione dipende dal valore del margine di fase m_ϕ di $G(s)$.



$$\omega_a < B_3 \quad \text{se } m_\phi < 90^\circ$$

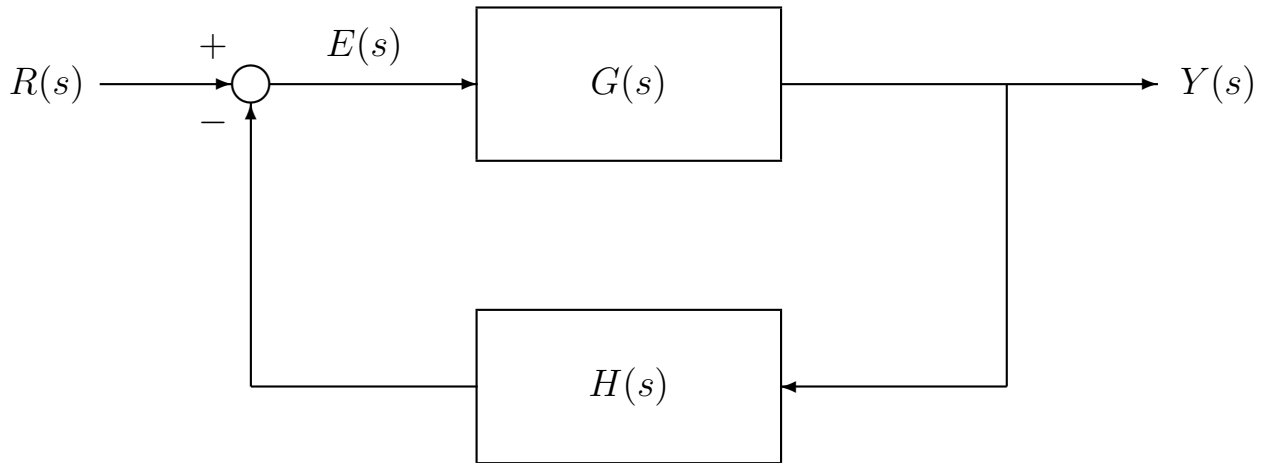
$$\omega_a = B_3 \quad \text{se } m_\phi = 90^\circ$$

$$\omega_a > B_3 \quad \text{se } m_\phi > 90^\circ$$

- Nota: le relazioni di sopra sono a rigore valide per sistemi almeno di tipo 1.
- Relazione quantitativa valida per valori del margine di fase compresi fra 30° e 60° .

$$\frac{\omega_a}{B_3} \approx [0.5, 0.8]$$

SIS. DI CONTR. IN RETR.: VARIAZIONE DI PARAMETRI



- Problema: effetto delle variazioni di parametri.

– Funzione di sensitività:

$$S_W^p \doteq \frac{\frac{\Delta W}{W}}{\frac{\Delta p}{p}}$$

– (I): variazioni di $G(s)$.

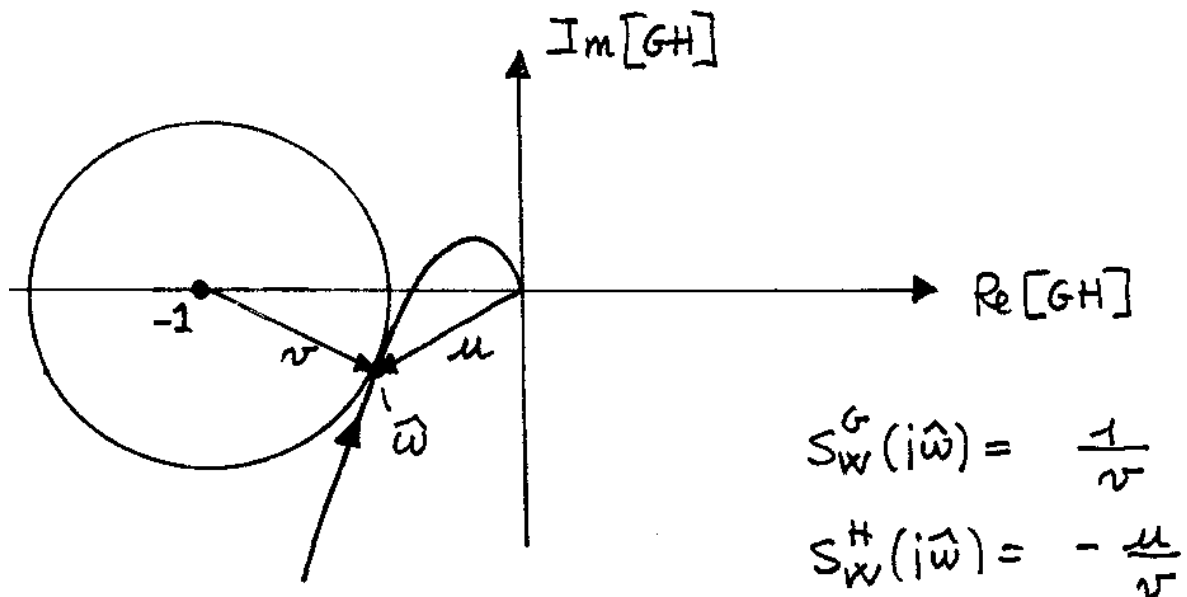
$$S_W^G \doteq \frac{\frac{\Delta W}{W}}{\frac{\Delta G}{G}} = \frac{1}{1 + GH}$$

– (II): variazioni di $H(s)$

$$S_W^H \doteq \frac{\frac{\Delta W}{W}}{\frac{\Delta H}{H}} = -\frac{GH}{1 + GH}$$

VARIAZ. PARAMETRI: CONSIDERAZIONI ED ESEMPI

- Interpretazione grafica di S_W^G e S_W^H .



- Esempio.

$$G(s) = \frac{K}{s}; \quad H(s) = 1;$$

