

I CONTROLLORI PID

Sono controllori molto utilizzati in applicazioni industriali.

Elaborazione del segnale di ingresso attraverso 3 blocchi:

- Blocco Proporzionale
- Blocco Integrale
- Blocco Derivativo

Funzione di trasferimento di un PID ideale

$$R_{PID}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s}$$

o equivalentemente:

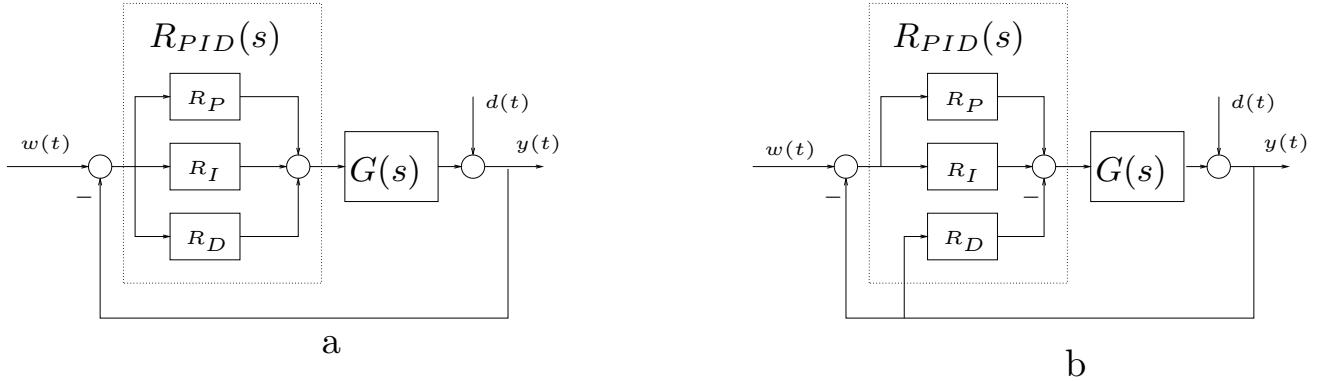
$$R_{PID}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) = K_P \left(\frac{T_I T_D s^2 + T_I s + 1}{T_I s} \right)$$

K_P, K_I, K_D (o K_P, T_I, T_D) \longleftrightarrow Gradi di libertà in fase di progetto.

$T_I = K_P / K_I \longleftrightarrow$ costante di tempo integrale (o reset).

$T_D = K_D / K_P \longleftrightarrow$ costante di tempo derivativa.

Funzioni di trasferimento non proprie.



Uscita del controllore nel tempo

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{d e(t)}{dt}$$

Zeri e poli dei PID ideali

I controllori PID ideali hanno un polo nell'origine e 2 zeri in

$$z_{1,2} = \frac{-T_I \pm \sqrt{T_I(T_I - 4T_D)}}{2T_I T_D}$$

Al variare dei parametri, i due zeri possono essere complessi, reali distinti o reali coincidenti (se $T_i = 4T_D$).

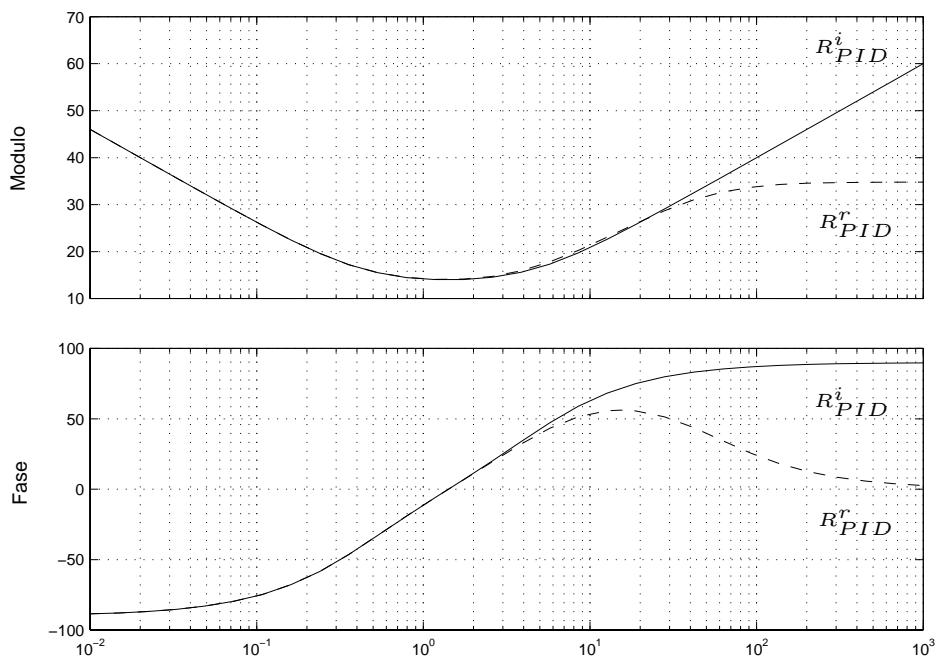
Realizzazione causale di controllori PID

Poiché la funzione di trasferimento di un PID ideale non è propria, risulta irrealizzabile in pratica.

Si aggiunge un polo ad alta frequenza al blocco derivatore ottenendo:

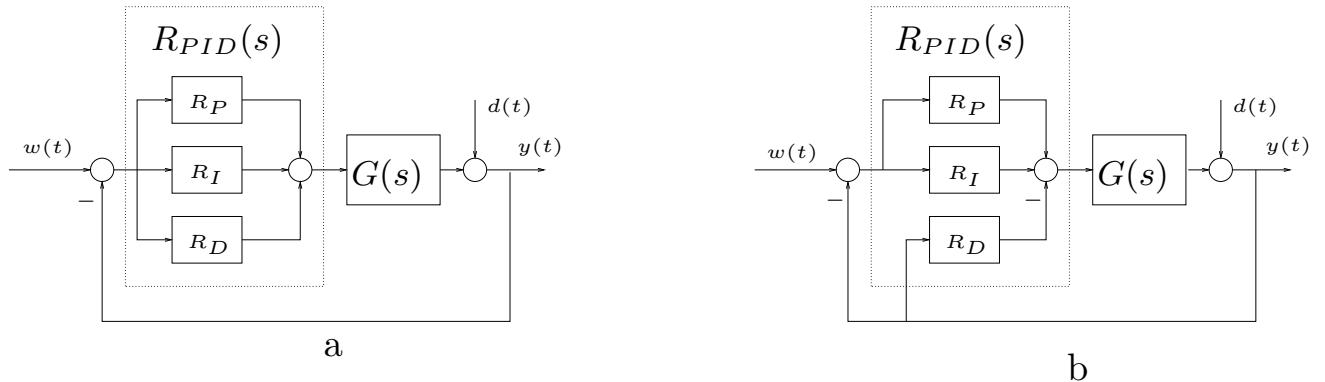
$$R_{PID}^r(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{1 + \frac{T_D}{N} s} \right) = K_P + \frac{K_I}{s} + \frac{K_D s}{1 + \frac{K_D}{K_P N} s}$$

N scelta tale che il polo $s = -N/T_D$ sia fuori dalla banda del controllo ($N = 5 \div 20$).



Risposta in frequenza di un controllore PID ideale (—) e reale (---).

Aspetti realizzativi dei controllori PID (1/3)



- Figura a $\rightarrow e(t)$ fornito in ingresso a tutti gli elementi del PID.

Solitamente non è la scelta ottimale.

Il riferimento viene di solito fornito come una successione di gradini:

negli istanti in cui si ha una variazione, il contributo derivatore fornisce

segnali inutilmente troppo energici.

- Figura b \rightarrow L'azione derivativa agisce sulla sola $y(t)$ (anziché su $e(t)$).

Soluzione più conveniente.

Aspetti realizzativi dei controllori PID (2/3)

Vale che:

- I poli ad anello chiuso delle due configurazioni sono gli stessi.
- Le funzioni di trasferimento $S(s) = Y(s)/D(s)$ e $Q(s) = U(s)/D(s)$ sono identiche nelle due configurazioni.
- $F(s) = Y(s)/W(s)$ ha sempre guadagno unitario e $S(s)$ ha uno zero nell'origine; quindi il sistema riesce ancora ad inseguire un riferimento a gradino senza errori e garantire la reiezione dei disturbi costanti.

Scelta del valore di N

La scelta di N determina la posizione del polo aggiuntivo.

Se N cresce allora $R_{PID}^r \rightarrow R_{PID}$, ma per $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow |R_{PID}(j\omega)| \rightarrow \infty$.

Scelta di N tale che:

- N sia più basso possibile (per moderare l'amplificazione ad alte frequenze).
- Il polo aggiuntivo deve essere fuori dalla banda di controllo.

Aspetti realizzativi dei controllori PID (3/3)

Struttura dei PID industriali

In ambito industriale i regolatori PID sono strutturati in modo più flessibile, al fine di rendere più agevole la loro taratura.

Forma generale dei PID industriali

$$U(s) = K_P E_P(s) + \frac{K_I}{s} E(s) + K_D s E_D(s)$$

$$\begin{cases} E(s) &= W(s) - Y(s) \\ E_P(s) &= \alpha W(s) - Y(s) \\ E_D(s) &= \beta W(s) - Y(s) \end{cases}$$

- I parametri α e β sono scelti in modo da ottimizzare le prestazioni del sistema di controllo.
- I poli del sistema ad anello chiuso non variano al variare di α e β .
- Al variare di α e β cambiano gli zeri di $Y(s)/W(s)$ e $U(s)/W(s)$, e di conseguenza le prestazioni del sistema.

Il problema del wind-up

Gli attuatori utilizzati nei sistemi di controllo hanno dei vincoli sull'ampiezza delle uscite, che non possono superare dei valori massimi e minimi.

Quando si utilizza un regolatore con azione integrale, è possibile che l'uscita del controllore raggiunga i suddetti vincoli; in tal caso l'azione dell'attuatore non può crescere, anche se l'errore di regolazione $e(t)$ non è nullo.

Il termine integrale continua a crescere, ma tale incremento non produce alcun effetto sulla variabile di comando dell'impianto.

Il regolatore non funziona correttamente e resta inattivo anche quando l'errore diminuisce o si inverte di segno; infatti, prima di ottenere un segnale utile per la regolazione, si deve “scaricare” il termine integrale (questo fenomeno si chiama comunemente *wind-up* integrale).

Meccanismi anti wind-up

- **Idea:** interrompere l'azione integrale non appena l'uscita del controllore raggiunge il livello di saturazione dell'attuatore.

Descrizione di una possibile soluzione anti wind-up

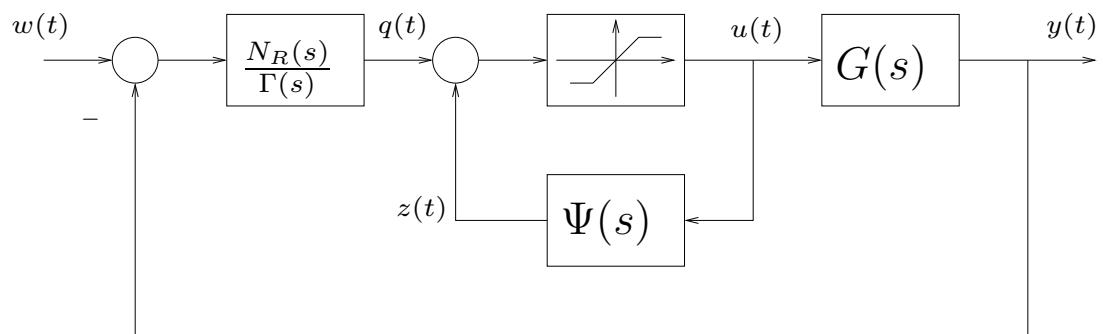
Supponiamo che il controllore PID da realizzare sia della forma:

$$R_{PID}(s) = \frac{N_R(s)}{D_R(s)}, \quad \text{con } D_R(0) = 0.$$

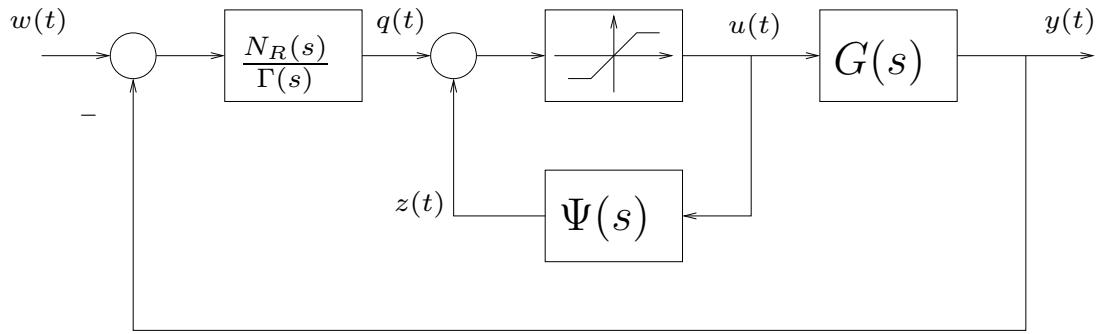
Supponiamo che $N_R(0) > 0$. Allora si sceglie $\Gamma(s)$ tale che

$$\Psi(s) = \frac{\Gamma(s) - D_R(s)}{\Gamma(s)}$$

sia asintoticamente stabile, strettamente propria e con guadagno unitario ($\Psi(0) = 1$).



Schema di un controllore PID con dispositivo anti wind-up.



Schema di un controllore PID con dispositivo anti wind-up.

Si può osservare che:

- Se l'attuatore opera in regione di linearità, la funzione di trasferimento fra $e(t)$ e $u(t)$ coincide con la $R_{PID}(s)$ desiderata.
- Se il segnale errore $e(t)$ permane dello stesso segno per un tempo elevato, allora anche $q(t)$, in funzione della dinamica di $\Gamma(s)$, assumerà lo stesso segno; $u(t)$ satura al valore massimo U_M dell'attuatore.

Dato che $\Psi(0) = 1$, anche $z(t)$ si assesterà al valore U_M , sempre con una dinamica che dipende da $\Gamma(s)$. Se $e(t)$ cambia di segno, anche $q(t)$ cambia segno e quindi il segnale $q(t) + z(t)$ scende subito sotto il valore di saturazione U_M , attivando il comportamento lineare dell'attuatore.

- Le prestazioni del sistema di desaturazione dipendono dalla scelta del polinomio $\Gamma(s)$.

Taratura automatica dei PID

In molte applicazioni industriali, la costruzione di un buon modello dell'impianto può essere piuttosto onerosa, soprattutto a fronte di esigenze di controllo non particolarmente spinte.

Per questi casi sono disponibili delle tecniche di taratura dei parametri del PID (K_P , T_I e T_D) che fanno riferimento a poche, semplici prove da eseguirsi sull'impianto.

Il metodo più classico è quello di Ziegler-Nichols.

Metodo di Ziegler-Nichols (in anello chiuso)

Ipotesi:

- Sistema sia stabile ad anello aperto.
- Guadagno positivo.

Procedimento:

1. Si chiude il sistema in retroazione su un controllore proporzionale.
2. Fornendo al sistema un ingresso a gradino, si aumenta il guadagno del controllore finché il sistema oscilla (condizione critica di stabilità).
3. Si indicano con \bar{K}_P e \bar{T} il guadagno critico e il periodo dell'oscillazione dell'uscita $y(t)$.

I parametri dei regolatori P , PI o PID vengono determinati utilizzando la seguente tabella:

$R_{PID}(s)$	K_P	T_I	T_D
P	$0.5 \bar{K}_P$		
PI	$0.45 \bar{K}_P$	$0.8 \bar{T}$	
PID	$0.6 \bar{K}_P$	$0.5 \bar{T}$	$0.125 \bar{T}$

Interpretazioni frequenziali dei PID

La taratura con il metodo di Ziegler-Nichols utilizza due quantità: \bar{K}_P e \bar{T} .

Osserviamo che la prima quantità è esattamente il margine di guadagno del sistema controllato $G(s)$, mentre $\omega_\pi = 2\pi/\bar{T}$ è la pulsazione per cui il diagramma polare $G(j\omega)$ attraversa il semiasse reale negativo.

Si può quindi vedere come il controllore venga tarato conoscendo soltanto un punto della risposta in frequenza del sistema $G(j\omega_\pi) = -1/\bar{K}_P$.

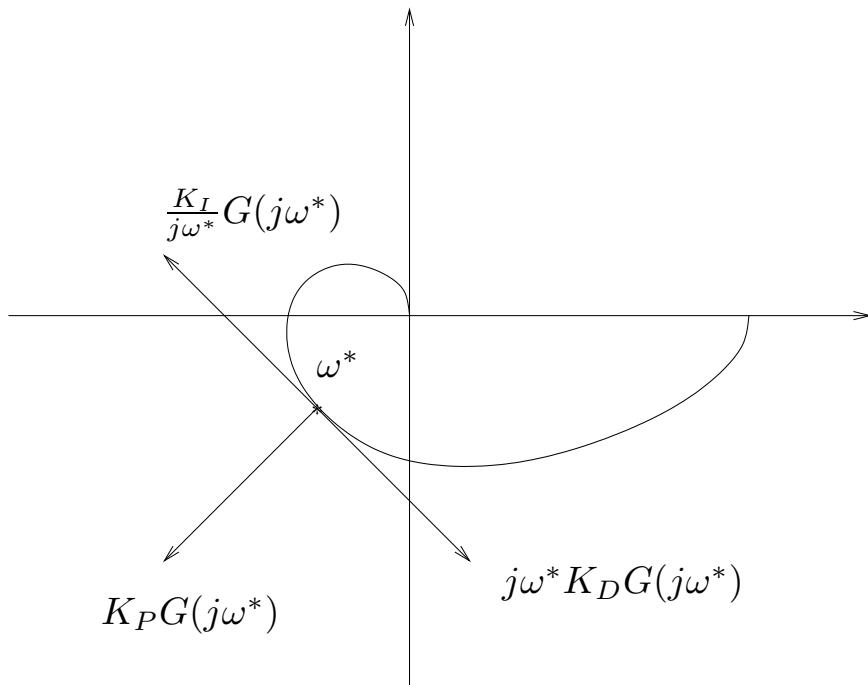
Per sistemi comuni, tale informazione è sufficiente per progettare controllori che garantiscano prestazioni soddisfacenti.

Prestazioni con criteri di taratura automatica

- Utilizzando un controllore puramente proporzionale, si ottiene che

$$K_P G(j\omega_\pi) = 0.5 \bar{K}_P G(j\omega_\pi) = -0.5$$

ovvero il controllore proporzionale tarato automaticamente garantisce un margine di guadagno pari a 2.



- Nel caso generale, fissata una frequenza ω^* , il diagramma polare di $R_{PID}(s)G(s)$ può essere modificato variando i parametri del PID, secondo l'effetto indicato in figura.
- Il termine derivativo tende a far aumentare il margine di fase, mentre l'effetto integrativo tende a ridurlo.