**Compito di IDENTIFICAZIONE E ANALISI DEI DATI del 21.1.2003**

**Esercizio 1**. Si consideri il sistema rappresentato in Figura 1, in cui $u(t)$ è un processo stocastico che soddisfa l'equazione $u(t) = e(t) + 0.2e(t-1)$, con $e(t)$ processo stocastico bianco e di varianza $\sigma_e^2 = 4$.

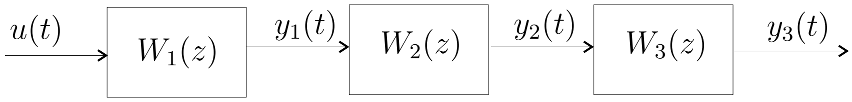


Figura 1.

Assumendo

$$W_1(z) = \frac{1}{1-0.5z^{-1}} \quad , \quad W_2(z) = \frac{1+0.8z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}$$

si determini:

a) lo spettro $\Phi_{y_2}(z)$ del processo stocastico $y_2(t)$;

b) l'equazione del predittore ottimo lineare MEQM a due passi in avanti $\hat{y}(t+2|t)$, ed il relativo errore quadratico medio di predizione $EQM = E\left[\{y(t+2) - \hat{y}(t+2|t)\}^2\right]$;

c) la funzione di trasferimento $W_3(z)$ tale per cui il processo stocastico $y_3(t)$ risulta essere un processo bianco di varianza unitaria.

**Esercizio 2**. Si consideri la distribuzione uniforme $f_T(v)$, definita nell'intervallo $[-T, T]$, come rappresentato in Figura 2.

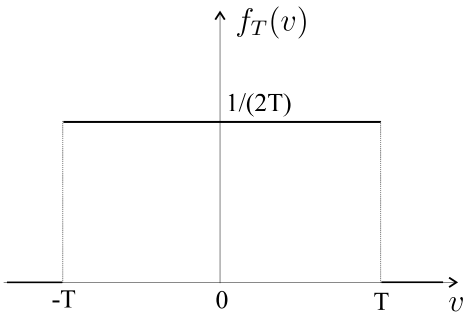


Figura 2.

Su un parametro incognito $\theta$ vengono effettuate tre misure affette da rumore

$$Y_i = \theta + V_i \qquad i = 1, 2, 3$$

dove i rumori $V_1$, $V_2$, $V_3$ sono variabili aleatorie di distribuzione $f_T(v)$, con rispettivamente $T = 1$, $T = 2$ e $T = 3$.

a) Calcolare la stima ai minimi quadrati $\hat{\theta}_{LS}$ di $\theta$.

b) Calcolare la stima di Gauss-Markov $\hat{\theta}_{GM}$ di $\theta$.

c) Ordinare i seguenti stimatori non polarizzati, in ordine decrescente di varianza dell'errore di stima:

$$\hat{\theta}_1 = Y_1 \ , \qquad \hat{\theta}_2 = \frac{Y_1 + Y_2}{2} \ , \qquad \hat{\theta}_3 = \frac{4}{5}Y_1 + \frac{1}{5}Y_2 \ , \qquad \hat{\theta}_4 = \hat{\theta}_{LS} \ .$$

d) Calcolare la funzione di distribuzione della probabilità $f(z)$ della variabile aleatoria $Z = Y_1 + Y_2$.

**Esercizio 3**. Il file `Dati#.mat` (in cui `#` rappresenta il numero progressivo assegnato a ciascun candidato) contiene un set di dati ingresso-uscita generati da un sistema lineare incognito: `u` rappresenta l'ingresso, `y` l'uscita, `t` il vettore dei tempi e `Tc` il tempo di campionamento.

a) Utilizzando il set di dati `y,u`, determinare il miglior modello ARX in base ad uno dei criteri per la selezione ottima dell'ordine (AIC oppure MDL). Riportare l'ordine del modello così ottenuto.

b) Si considerino modelli di struttura OE ed ARMAX. Determinare il modello che si ritiene più adatto a descrivere il sistema incognito tra tutti quelli che hanno al massimo **due poli** nel canale deterministico (ovvero quello con ingresso $u$). Motivare la scelta in base alle tecniche di validazione studiate. Salvare il modello scelto nella variabile `modello`. Riportare il valore dei due poli del modello identificato e salvarlo nella variabile `poli`.

c) Utilizzando il modello identificato al punto b), stimare il guadagno in continua e il picco di risonanza del sistema incognito (entrambi in dB), e salvarli nelle variabili `guadagno` e `picco`.

d) Considerando la sola serie `y`, determinare l'equazione del predittore ottimo FIR di ordine 3, ad un passo in avanti, $\hat{y}(t+1|t)$ (si utilizzino i valori della covarianza campionaria di $y(t)$).
Calcolare inoltre l'errore quadratico stimato $EQM = \sum_t \{y(t+1) - \hat{y}(t+1|t)\}^2$.

Tutte le variabili MATLAB richieste vanno salvate nel file `Risultati#.mat` e i loro valori vanno riportati nello schema riassuntivo allegato.
Se lo si ritiene utile, salvare la propria sessione di identificazione in formato `ident`, nel file `NomeCognome.sid` (sostituendo ovviamente il proprio nome e cognome!).

**Numero Progressivo:.......** **Candidato:................................................**

**Esercizio 1.**

$a)$ : $\Phi_{y_2}(z) \quad =$

$b)$ : $\left[ \begin{array}{rl} \hat{y}(t+2|t) & = \\ EQM & = \end{array} \right.$

$c)$ : $W_3(z) \quad =$

**Esercizio 2.**

$a)$ : $\hat{\theta}_{LS} \quad =$

$b)$ : $\hat{\theta}_{GM} \quad =$

$c)$ : Varianze stimatori :

$d)$ : $f(z) \quad =$

**Esercizio 3.**

$a)$ : Modello ARX :

$b)$ : $\left[ \begin{array}{rl} \texttt{modello} & = \\ \texttt{poli} & = \end{array} \right.$

$c)$ : $\left[ \begin{array}{rl} \texttt{guadagno} & = \\ \texttt{picco} & = \end{array} \right.$

$d)$ : $\left[ \begin{array}{rl} \hat{y}(t+1|t) & = \\ EQM & = \end{array} \right.$