Compito di IDENTIFICAZIONE E ANALISI DEI DATI del 7.1.2003

Esercizio 1. Si consideri il sistema rappresentato in Figura 1, in cui $e(t)$ è un processo stocastico stazionario, bianco e di varianza $\sigma_e^2 = \frac{1}{2}$.

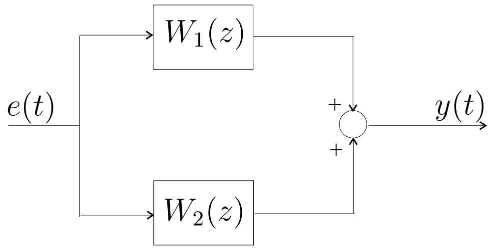

Figura 1.

Assumendo

$$W_1(z) = \frac{1}{1 - 0.9z^{-1}} \quad , \quad W_2(z) = \frac{1 + 0.6z^{-1}}{1 - 0.9z^{-1}}$$

si determini:

a) lo spettro $\Phi_y(z)$ del processo stocastico $y(t)$;

b) l'equazione del predittore ottimo MEQM a tre passi in avanti $y(t+3|t)$;

c) i valori dell'errore quadratico medio di predizione $EQM_k = E\left[\{y(t+k) - y(t+k|t)\}^2\right]$, per $k = 1, 2, 3$.

Esercizio 2. Si consideri la variabile aleatoria V, la cui funzione di densità della probabilità è rappresentata in Figura 2.

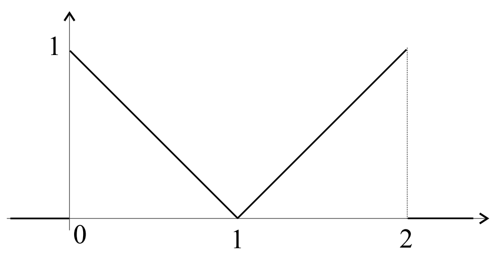

Figura 2.

a) Calcolare la media e la varianza della variabile aleatoria V.

b) Siano Y_1 e Y_2 due misure, affette da rumore, del parametro incognito θ, tali che

$$Y_1 = \theta + V \quad , \quad Y_2 = \theta + W$$

dove V è la variabile aleatoria considerata al punto a), e W è una variabile aleatoria gaussiana di media nulla e varianza 1, indipendente da V. Si considerino gli stimatori di θ

$$\hat{\theta}_1 = \frac{Y_1 + Y_2 - 1}{2} \quad , \quad \hat{\theta}_2 = \frac{2Y_1 + Y_2 - 2}{3}$$

e per ciascuno di essi si stabilisca se è uno stimatore corretto oppure polarizzato.

c) Si calcoli la varianza degli stimatori $\hat{\theta}_1$ e $\hat{\theta}_2$ considerati al punto b). Può esistere uno stimatore lineare non polarizzato che abbia varianza minore di $\min\{\mathrm{Var}(\hat{\theta}_1), \mathrm{Var}(\hat{\theta}_2)\}$? Perché?

Esercizio 3. Il file `Dati#.mat` (in cui `#` rappresenta il numero progressivo assegnato a ciascun candidato) contiene un set di dati ingresso-uscita generati da un sistema lineare incognito: `u` rappresenta l'ingresso, `y` l'uscita, `t` il vettore dei tempi e `Tc` il tempo di campionamento.

a) Considerando la sola serie `y`, relativa al segnale d'uscita $y(t)$, se ne calcoli la media campionaria $\hat{m}_y$ e la varianza campionaria $\hat{R}_y(\tau)$, per $\tau = 0, 1, 2$. Salvare i risultati rispettivamente nella variabile `mY` e nel vettore `RY`.

b) Utilizzando il set di dati `y,u`, e gli algoritmi di identificazione basati sulla minimizzazione dell'errore di predizione quadratico, determinare il modello che si ritiene più adatto a descrivere il sistema incognito tra tutti quelli che hanno al massimo **due poli** nel canale deterministico (ovvero quello con ingresso u). Motivare la scelta in base alle tecniche di validazione studiate. Salvare il modello scelto nella variabile `modello`.
Riportare il valore dei due poli del modello identificato e salvarlo nella variabile `poli`.

c) Utilizzando il modello identificato al punto b), stimare il guadagno in continua e il tempo di salita del sistema incognito, e salvarlo nelle variabili `guadagno` e `salita`.

Tutte le variabili MATLAB richieste vanno salvate nel file `Risultati#.mat` e i loro valori vanno riportati nello schema riassuntivo allegato.
Se lo si ritiene utile, salvare la propria sessione di identificazione in formato `ident`, nel file `NomeCognome.sid` (sostituendo ovviamente il proprio nome e cognome!).

Numero Progressivo:....... **Candidato:...**

Esercizio 1.

$a)$: $\Phi_y(z) \;=$

$b)$: $y(t+3|t) \;=$

$$c) : \left[\begin{array}{l} EQM_1 \;= \\ EQM_2 \;= \\ EQM_3 \;= \end{array}\right.$$

Esercizio 2.

$$a) : \left[\begin{array}{r} E[V] \;= \\ \\ \mathrm{Var}[V] \;= \end{array}\right.$$

$b)$: Stimatori corretti $=$

$$c) : \left[\begin{array}{l} \mathrm{Var}[\hat{\theta}_1] \;= \\ \\ \mathrm{Var}[\hat{\theta}_2] \;= \end{array}\right.$$

Esercizio 3.

$$a) : \left[\begin{array}{l} \texttt{mY} \;= \\ \\ \texttt{RY} \;= \end{array}\right.$$

$$b) : \left[\begin{array}{r} \texttt{modello} \;= \\ \\ \\ \texttt{poli} \;= \end{array}\right.$$

$$c) : \left[\begin{array}{r} \texttt{guadagno} \;= \\ \\ \texttt{salita} \;= \end{array}\right.$$