

Compito di IDENTIFICAZIONE E ANALISI DEI DATI del 3.4.2003

Esercizio 1. Si consideri la variabile aleatoria X , la cui funzione di distribuzione della probabilità è rappresentata in Figura 1.

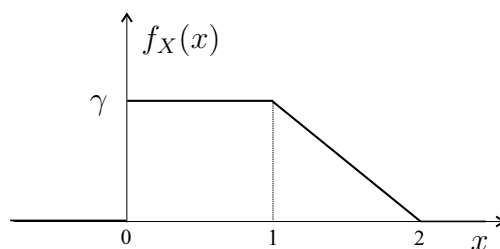


Figura 1.

- a) Determinare il valore della variabile γ affinché $f_X(x)$ sia effettivamente una funzione di distribuzione della probabilità.
- b) Utilizzando il valore di γ calcolato al punto a), determinare il valore atteso di X , $E[X]$.
- c) Su un parametro incognito θ viene effettuata una misura Y , tale che

$$Y = 3\theta + X$$

dove X rappresenta il rumore di misura e ha distribuzione pari a $f_X(x)$. Determinare uno stimatore lineare affine, non polarizzato, $\hat{\theta}$ del parametro θ .

- d) Determinare uno stimatore a massima verosimiglianza $\hat{\theta}_{MV}$ di θ , basato sulla misura Y considerata al punto c). Lo stimatore a massima verosimiglianza è unico? Ne esiste almeno uno non polarizzato?

Esercizio 2. Si consideri il sistema dinamico lineare tempo-invariante rappresentato in Figura 2, con ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$.

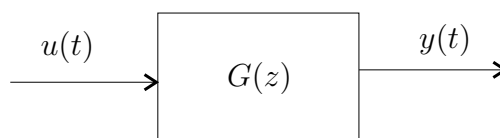


Figura 2.

Quando si pone in ingresso al sistema un impulso unitario, l'uscita assume i valori

$$y(t) = \begin{cases} 1, & t = 0 \\ -1, & t = 1 \\ 1/2, & t = 2 \\ 0, & t \geq 3 \end{cases}$$

- a) Determinare la funzione di trasferimento $G(z)$ del sistema.

- b) Assumendo che l'ingresso $u(t)$ sia un processo stocastico bianco di varianza pari a 8, calcolare lo spettro $\Phi_y(z)$ dell'uscita.
- c) Assumendo che l'ingresso $u(t)$ sia un processo stocastico di covarianza pari a

$$R_u(\tau) = \frac{1}{2^{|\tau|}}$$

calcolare lo spettro $\Phi_y(z)$ dell'uscita.

- d) Nelle ipotesi fatte al punto c), calcolare l'equazione del predittore lineare ottimo a due passi in avanti $y(t+2|t)$, basato su misure del processo in uscita $y(t)$, ed il relativo errore quadratico medio di predizione $EQM = E[\{y(t+2) - \hat{y}(t+2|t)\}^2]$.

Esercizio 3. Il file Simulink `sys.mdl` contiene un sistema dinamico incognito (denominato **System**), per il quale si vuole identificare un modello lineare tempo-invariante. Il sistema può essere alimentato in ingresso con segnali campionati, con tempo di campionamento T_c pari a 0.1s. È possibile generare un esperimento di identificazione di lunghezza T_f , definendo due vettori colonna delle stesse dimensioni: il vettore dei tempi $T=[0:T_c:T_f]$; il vettore U contenente la sequenza di ingressi (l'elemento $U(i)$ è il valore assunto dall'ingresso all'istante $T(i)$).

- a) Scegliere un segnale di ingresso di lunghezza opportuna ed effettuare l'esperimento di identificazione, generando il segnale in uscita Y . Salvare i dati ingresso-uscita nelle variabili U e Y .
- b) Utilizzando il set di dati U, Y , determinare il miglior modello ARX in base ad uno dei criteri per la selezione ottima dell'ordine (AIC oppure MDL). Riportare l'ordine del modello così ottenuto.
- c) Si considerino modelli di struttura OE ed ARMAX. Determinare il modello che si ritiene più adatto a descrivere il sistema incognito. Motivare la scelta in base alle tecniche di validazione studiate. Salvare il modello scelto nella variabile `modello`.
- d) Utilizzando il modello identificato al punto c), stimare il guadagno in continua e il picco in frequenza del sistema incognito (entrambi in dB), e salvarli nelle variabili `guadagno` e `picco`. Stimare inoltre la sovralongazione massima e riportarla nella variabile `sovralong`.
- e) Ripetere i punti a) e c) variando significativamente la lunghezza T_f dell'esperimento di identificazione. Come si modifica la qualità del modello stimato?

Tutte le variabili MATLAB richieste vanno salvate nel file `Risultati#.mat` (in cui $\#$ è il numero progressivo del candidato) e i loro valori vanno riportati nello schema riassuntivo allegato.

Se lo si ritiene utile, salvare la propria sessione di identificazione in formato `ident`, nel file `NomeCognome.sid` (sostituendo ovviamente il proprio nome e cognome!).